

UNIVERZITET U BEOGRADU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Milan Bjelica

ODABRANA POGLAVLJA
TELEKOMUNIKACIJA

elektronski udžbenik

Beograd, 2018.

dr Milan Bjelica,
Elektrotehnički fakultet u Beogradu
e-mail: milan@etf.rs

ODABRANA POGLAVLJA TELEKOMUNIKACIJA

Recenzenti:

dr Mirjana Simić-Pejović,
Elektrotehnički fakultet u Beogradu

dr Gordana Gardašević,
Elektrotehnički fakultet u Banjoj Luci (BiH)

Rešenjem Naučno-nastavnog veća br. 2582/3 od 26. februara 2018. godine,
odobrena je upotreba ovoga nastavnog materijala.

Izdaje i štampa:
Elektrotehnički fakultet
Beograd, 2018.

Tiraž: 50 primeraka

ISBN: 978-86-7225-066-4



Neka prava zadržana. Ovo delo
je licencirano pod uslovima
licence Creative Commons
Autorstvo-Nekomercijalno-Bez
prerade 3.0.

Tekst ove knjige složen je u programskom paketu L^AT_EX 2_ε.

CIP – Каталогизација у публикацији – Народна библиотека Србије, Београд

621.391(075.8)(076)(0.034.2)

БЈЕЛИЦА, Милан, 1977-

Odabrana poglavlja telekomunikacija [Elektronski izvor] : elektronski
udžbenik / Milan Bjelica. - Beograd : Elektrotehnički fakultet, 2018
(Beograd : Elektrotehnički fakultet). - 1 elektronski optički disk (CD-ROM)
; 12 cm

Sistemski zahtevi: Nisu navedeni. - Nasl. sa naslovne strane dokumenta. -

Na vrhu nasl. str.: Univerzitet u Beogradu. - Tiraž 50. - Sadrži
bibliografiju.

ISBN 978-86-7225-066-4

а) Телекомуникације - Вежбе

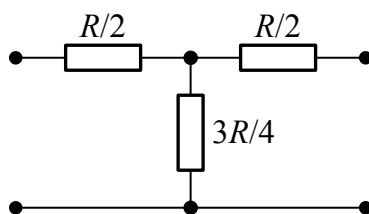
COBISS.SR-ID 258961164

Sadržaj

1. Šum i izobličenja	1
2. Kablovski sistemi	19
3. Optički sistemi	35
4. Radiorelejni i satelitski sistemi	61
5. Radijski difuzni sistemi	79
6. Televizijski sistemi	89
7. Eksploatacija telekomunikacionih sistema	107
Prilozi	117
Literatura	127

1. Šum i izobličenja

Zadatak 1.1 Odredite faktor šuma oslabljivača, čija je električna šema prikazana na slici.



Slika 1.1: *Električna šema oslabljivača.*

Karakteristične impedanse na oba pristupa su jednake i iznose R . Oslabljiivač se nalazi na standardnoj temperaturi $T_0 = 290$ K.

Faktor šuma oslabljivača koji unosi slabljenje A i nalazi se na temperaturi T dat je izrazom

$$F = 1 + \frac{T}{T_0}(A - 1).$$

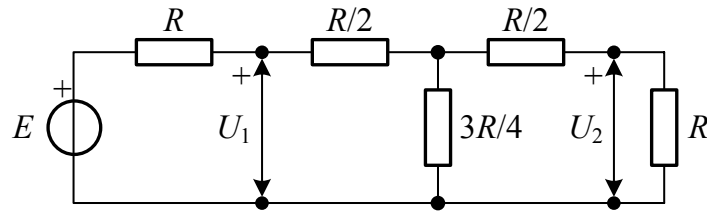
Kako se posmatrani oslabljivač nalazi na temperaturi $T = T_0$, biće

$$F = A,$$

pa ostaje da se odredi njegovo slabljenje. Slabljenje linearnog sklopa u opštem slučaju određujemo tako što na njegov ulaz vežemo prilagođeni generator, a izlaz zatvorimo prilagođenim potrošačem.

Ako je U_1 napon na ulazu sklopa, a U_2 napon na njegovom izlazu, slabljenje je

$$A = \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^2.$$



Određivanje slabljenja sklopa sa slike 1.1.

Rešavanjem kola sa slike, dobijamo

$$U_2 = \frac{U_1}{2} \frac{R}{R + \frac{R}{2}} = \frac{U_1}{3},$$

pa je slabljenje ovoga oslabljivača

$$A = 9$$

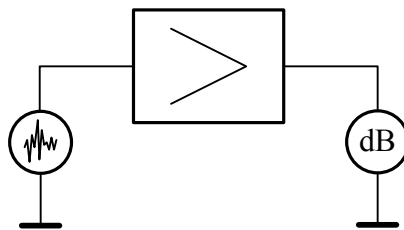
i njegov faktor šuma

$$F = 9,$$

odnosno

$$10 \log F = 9,54 \text{ dB}.$$

Zadatak 1.2 U tabeli su date vrednosti nivoa šuma koje su izmerene na izlazu pojačavača, n_{out} , kada se na njegov ulaz dovede šum nivoa n_{in} .



Slika 1.2: Određivanje faktora šuma pojačavača (1).

n_{in} [dBm]	-110	-103	-100	-91	-87
n_{out} [dBm]	-98,8	-94,0	-92,6	-84,6	-81,0

Sav šum sa ulaza generisan je unutar propusnog opsega pojačavača, čija je širina $B = 1,2$ MHz. Uređaji su se prilikom merenja nalazili na standardnoj temperaturi. Odredite faktor šuma pojačavača.

Ako je nivo šuma n [dBm], tada je njegova snaga

$$P = 10^{n/10} \cdot 1 \text{ mW}.$$

Izmerenim nivoima stoga odgovaraju snage šuma koje su date u narednoj tabeli.

N_{in} [pW]	0,01	0,0501	0,1	0,794	1,99
N_{out} [pW]	0,132	0,398	0,549	3,46	7,94

Efektivna temperatura sopstvenog šuma pojačavača je

$$T_e = (F - 1)T_0,$$

gde je F faktor šuma pojačavača i T_0 standardna temperatura (290 K). Snaga šuma na izlazu pojačavača data je izrazom

$$N_{out} = GN_{in} + (F - 1)k_B T_0 GB,$$

gde je N_{in} snaga šuma koji se dovodi na ulaz pojačavača, k_B Boltzmannova konstanta ($1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K), G dobitak pojačavača i B širina njegovog propusnog opsega.

Nepoznate veličine u prethodnom izrazu su dobitak i faktor šuma pojačavača. Pošto je broj merenja veći od broja nepoznatih veličina, odredićemo ih metodom linearne regresije. Tako dobijamo

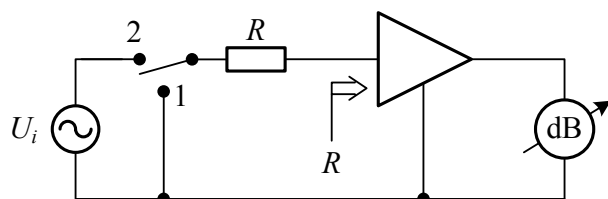
$$G = \frac{5 \sum_{i=1}^5 N_{in,i} N_{out,i} - \sum_{i=1}^5 N_{in,i} \sum_{i=1}^5 N_{out,i}}{5 \sum_{i=1}^5 N_{in,i}^2 - \left(\sum_{i=1}^5 N_{in,i} \right)^2},$$

što daje $G = 3,92$. Dalje je

$$(F - 1)k_B T_0 GB = \frac{\sum_{i=1}^5 N_{out,i} - G \sum_{i=1}^5 N_{in,i}}{5},$$

što iznosi $1,96 \cdot 10^{-13}$ W, pa je konačno

$$F = 11,41.$$



Slika 1.3: Određivanje faktora šuma pojačavača (2).

Zadatak 1.3 Radi određivanja faktora šuma pojačavača, formirano je kolo prikazano na slici.

Preklopnik se prvo postavi u položaj 1, čime se na ulaz pojačavača priključi otpornik čija je otpornost $R = 100 \text{ kohm}$ jednaka ulaznoj otpornosti pojačavača. Na širokopojasnom elektronskom voltmetru s RMS pokazivanjem, koji je povezan na izlaz pojačavača, tada se očitava nivo $n_1 = -94 \text{ dBm}$. Preklopnik se potom prebaci u položaj 2, čime se u kolo uključi i generator prostoperiodičnog signala, čija se frekvencija nalazi unutar propusnog opsega pojačavača, a efektivna vrednost napona iznosi $U_i = 2 \text{ V}$. Pokazivanje instrumenta tada je $n_2 = 6 \text{ dBm}$. Odredite faktor šuma pojačavača. Smatrajte da se njegova amplitudska karakteristika može aproksimirati karakteristikom idealnog NF filtra, širine propusnog opsega $B = 150 \text{ kHz}$. Sve komponente se nalaze na standardnoj temperaturi $T_0 = 290 \text{ K}$.

Kada je preklopnik u položaju 1, na ulaz pojačavača se dovodi šum nastao u otporniku. Raspoloživa srednja kvadratna vrednost napona ovoga šuma je

$$\overline{u_N^2} = 4RkT_0B,$$

dok se pojačavaču predaje snaga

$$P_{in,1} = kT_0B.$$

Na instrumentu se stoga očitava nivo

$$n_1 = 10 \log \frac{FGkT_0B}{1 \text{ mW}}.$$

Kada je preklopnik prebaci u položaj 2, pored šuma iz otpornika, na ulazu pojačavača deluje i signal iz generatora. Pošto se svi uređaji nalaze na sobnoj temperaturi, pretpostavićemo da se doprinos šuma nivou na izlazu u ovom slučaju može zanemariti u odnosu na doprinos signala generatora. Napon na ulazu pojačavača stoga je

$$U_{in,2} = \frac{U_i}{2}.$$

Pojačavaču se predaje signal čija je snaga

$$P_{in,2} = \frac{U_i^2}{4R},$$

pa se na instrumentu očitava nivo

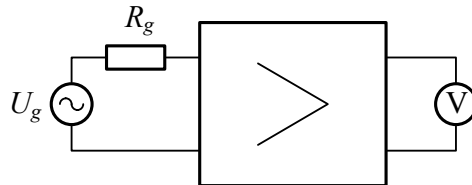
$$n_2 = 10 \log \frac{GU_i^2}{4R \cdot 1 \text{ mW}}.$$

Eliminisanjem dobitka pojačavača iz poslednje jednačine, dobijamo

$$F = \frac{U_i^2}{4RkT_0B} 10^{(n_1-n_2)/10},$$

što za zadate brojčane vrednosti iznosi 1,67.

Zadatak 1.4 Na slici je prikazana šema aparature za određivanje faktora šuma selektivnog pojačavača. Na ulaz pojačavača prvo se priključi otpornik velike otpornosti R_g i očitava se efektivna vrednost napona na izlazu, U_0 . Nakon ovog merenja, na red s otpornikom R_g priključi se generator prostoperiodičnog signala. Efektivna vrednost njegovog napona, U_g , podese se tako da se pokazivanje voltmetra poveća $(m + 1)$ puta.



Slika 1.4: *Određivanje faktora šuma pojačavača (3).*

U posmatranom merenju, za vrednosti parametara $R_g = 30 \text{ M}\Omega$ i $m = 10$, efektivna vrednost napona generatora iznosila je 39 mV. Iz podataka proizvođača, poznato je da je ekvivalentna širina propusnog opsega šuma pojačavača $B_e = 375 \text{ kHz}$. Pri merenju, svi uređaji su se nalazili na sobnoj temperaturi $T_0 = 290 \text{ K}$. Odredite faktor šuma ovoga pojačavača.

Efektivna vrednost napona šuma generisanog u otporniku je

$$U_n = \sqrt{4R_gkTB_e},$$

gde je sa k označena Boltzmannova konstanta, T je apsolutna sobna temperatura i B_e ekvivalentna širina opsega šuma.

Ukoliko je pojačanje pojačavača G , komponenta izlaznog napona koja potiče od šuma s ulaza biće

$$U_{n,out} = \sqrt{G}U_n.$$

Pokazivanje instrumenta je \sqrt{F} puta veće, tj.

$$U_0 = \sqrt{4FGR_gkTB_e}.$$

Priključivanjem generatora na red s otpornikom, efektivna vrednost napona na izlazu povećava se $(m + 1)$ puta. Po teoremi superpozicije, to znači da je

$$\sqrt{G}U_g = mU_0.$$

Eliminisanjem pojačanja, G , dobijamo

$$F = \frac{U_g^2}{4m^2R_gkTB_e}.$$

Uvrštavanjem zadatih brožanih vrednosti, odavde dobijamo

$$F = 84,46,$$

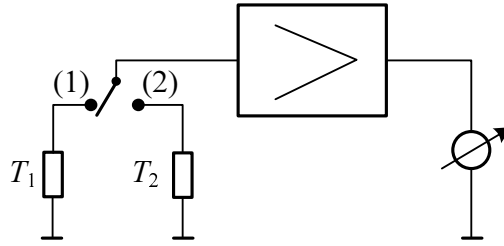
odnosno

$$10 \log F = 19,3 \text{ dB.}$$

Zadatak 1.5 Na slici je prikazana blok-šema aparature za određivanje faktora šuma pojačavača pomoću dva izvora šuma, čije su temperature šuma T_1 i T_2 . Na izlaz sistema je priključen instrument za merenje snage u uskom frekvencijskom opsegu, B . Izvedite izraz za faktor šuma pojačavača, F , ako je pokazivanje instrumenta kada je preklopnik u položaju (1) P_1 , a kada je u položaju (2), P_2 .

Pokazivanje instrumenta kada je preklopnik u položaju (1) je

$$P_1 = k(T_1 + T_e)GB,$$



Slika 1.5: Određivanje faktora šuma pojačavača (4).

a kada je u položaju (2)

$$P_2 = k(T_2 + T_e)GB,$$

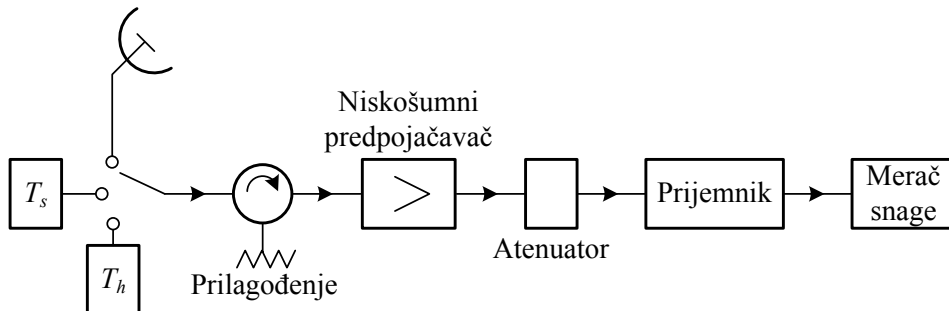
gde je k Boltzmannova konstanta, T_e efektivna temperatura sopstvenog šuma, G dobitak pojačavača i B širina propusnog opsega mernog instrumenta. Odavde je

$$T_e = \frac{P_2 T_1 - P_1 T_2}{P_1 - P_2}.$$

Faktor šuma pojačavača je

$$F = 1 + \frac{T_e}{T_0} = 1 + \frac{P_2 T_1 - P_1 T_2}{T_0 (P_1 - P_2)}.$$

Zadatak 1.6 Efektivna temperatura šuma antene radio-teleskopa određuje se tzv. *metodom Y-faktora*, koja je ilustrovana na slici.



Slika 1.6: Određivanje temperature šuma antene.

Na ulaz sistema prvo se veže prilagođeni završetak, ohlađen u tečnom azotu, tako da njegova temperatura iznosi T_s . Na izlazu prijemnika, tada se očitava

snaga N_s . Potom se na ulaz veže „vrući“ prilagođeni završetak, koji se nalazi na temperaturi T_h , nakon čega instrument pokaže N_h . Konačno, kada se na ulaz sistema poveže antena čiju temperaturu šuma T_a treba odrediti, pokazivanje instrumenta je N_a . Ukoliko je $Y = N_s/N_a = 0,14$, $Y' = N_h/N_s = 2,4$ i $T_h = T_0$, odredite temperaturu šuma antene.

Temperatura ključanja tečnog azota je $T_s = 77$ K. Neka je T_R temperatura šuma prijemnika i B širina propusnog opsega sistema. Tada je

$$N_s = k(T_s + T_R)GB,$$

$$N_h = k(T_h + T_R)GB,$$

i

$$N_a = k(T_a + T_R)GB,$$

gde je k Boltzmannova konstanta i G dobitak prijemnika. Odavde je

$$Y' = \frac{N_h}{N_s} = \frac{T_h + T_R}{T_s + T_R},$$

što nam omogućava da odredimo temperaturu šuma prijemnika:

$$T_R = \frac{T_h - Y'T_s}{Y' - 1} = 75,143 \text{ K.}$$

Pošto je i

$$Y = \frac{N_s}{N_a} = \frac{T_s + T_R}{T_a + T_R},$$

temperatura šuma antene data je izrazom

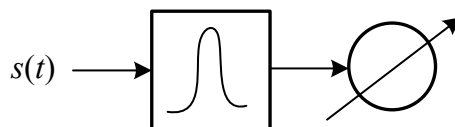
$$T_a = \frac{T_s + T_R(1 - Y)}{Y}$$

i iznosi 1011,6 K.

Zadatak 1.7 U tabeli su date vrednosti težinskih koeficijenata tzv. *psofometarskog filtra* za subjektivno vrednovanje uticaja šuma unutar telefonskog kanala, prema preporuci ITU-T O.41. Na osnovu ovih podataka, približno odredite za koliko se razlikuju psfometarski i stvarni nivo šuma.

f [Hz]	$w(f)$ [dB]
16,66	-85
50	-63
100	-41
200	-21
300	-10,6
400	-6,3
500	-3,6
600	-2
700	-0,9
800	0
900	0,6
1000	1
1200	0
1400	-0,9
1600	-1,7
1800	-2,4
2000	-3
2500	-4,2
3000	-5,6
3500	-8,5
4000	-15
4500	-25
5000	-36
6000	-43

Psofometarska snaga signala $s(t)$ odgovara pokazivanju instrumenta koji meri srednju kvadratnu vrednost signala, a na čiji je ulaz priključen psofo-



Slika 1.7: *Merenje psofometarske snage signala.*

metarski filter. Ona je data izrazom

$$P_p = \frac{1}{f_2 - f_1} \int_{f_1}^{f_2} \frac{S^2(f)}{|Z_n(f_0)|} 10^{w(f)/10} df.$$

U prethodnom izrazu, $w(f)$ su vrednosti iz date tabele, $f_1 = 16,66$ Hz, $f_2 = 6000$ Hz. Sa $S(f)$ označena je spektralna gustina amplituda signala $s(t)$, dok je $Z_n(f_0)$ ulazna impedansa mernog instrumenta na referentnoj frekvenciji $f_0 = 800$ Hz, koja treba iznositi 600Ω .

Stvarna snaga signala $s(t)$ je

$$P = \int_{f_1}^{f_2} \frac{S^2(f)}{|Z_n(f_0)|} df.$$

Pretpostavimo li da je

$$S(f) = \text{const.}, \quad f \in [f_1, f_2],$$

odnos psfometarske i stvarne snage će biti

$$\frac{P_p}{P} = \frac{1}{f_2 - f_1} \int_{f_1}^{f_2} 10^{w(f)/10} df.$$

Numeričkim izračunavanjem trapeznom metodom, dobijamo da je

$$\frac{P_p}{P} \approx 0,51,$$

ili

$$p - p_p \approx 2,93 \text{ dB}.$$

U literaturi se usvaja da je psfometarski nivo šuma za oko 2,5 dB manji od stvarnog.

Zadatak 1.8 Ulazno-izlazna karakteristika pojačavača data je izrazom

$$y(t) = k_1 x(t) + k_2 x^2(t) + k_3 x^3(t),$$

gde je $x(t)$ signal na ulazu pojačavača, $y(t)$ signal na njegovome izlazu i k_1 , k_2 i k_3 pozitivne konstante. Odredite izraz za vremenski oblik signala na izlazu, ako je

$$x(t) = a_1 \cos \omega_1 t + a_2 \cos \omega_2 t.$$

Čemu su jednake amplitude harmonijskih i intermodulacionih produkata?

Signal na izlazu pojačavača možemo napisati u obliku

$$\begin{aligned}
 y(t) = & A_0 + \\
 & + \sum_{n=1}^3 A_n(\omega_1) \cos n\omega_1 t + \\
 & + \sum_{n=1}^3 A_n(\omega_2) \cos n\omega_2 t + \\
 & + B_{11} \cos(\omega_1 t \pm \omega_2 t) + \\
 & + B_{21} \cos(2\omega_1 t \pm \omega_2 t) + \\
 & + B_{12} \cos(\omega_1 t \pm 2\omega_2 t).
 \end{aligned}$$

S A_0 je označena amplituda jednosmerne komponente; $A_1(\omega_1)$ i $A_1(\omega_2)$ su amplitude osnovnih harmonika, na učestanostima ω_1 i ω_2 , respektivno. $A_2(\omega_1)$ i $A_2(\omega_2)$ su amplitude harmonijskih izobličenja drugog reda, dok su $A_3(\omega_1)$ i $A_3(\omega_2)$ amplitude harmonijskih izobličenja trećeg reda. S B_{mn} označene su amplitude intermodulacionih (IM) izobličenja reda $m + n$.

kružna učest.	opis komponente	amplituda
0	DC	$\frac{1}{2} (k_2 a_1^2 + k_2 a_2^2)$
ω_1	osnovni harmonik	$k_1 a_1 + \frac{3}{4} (k_3 a_1^3 + 2k_3 a_1 a_2^2)$
ω_2	osnovni harmonik	$k_1 a_2 + \frac{3}{4} (k_3 a_2^3 + 2k_3 a_1^2 a_2)$
$2\omega_1$	HP 2. reda	$\frac{1}{2} k_2 a_1^2$
$2\omega_2$	HP 2. reda	$\frac{1}{2} k_2 a_2^2$
$3\omega_1$	HP 3. reda	$\frac{1}{4} k_3 a_1^3$
$3\omega_2$	HP 3. reda	$\frac{1}{4} k_3 a_2^3$
$\omega_1 \pm \omega_2$	IMP 2. reda	$k_2 a_1 a_2$
$2\omega_1 \pm \omega_2$	IMP 3. reda	$\frac{3}{4} k_3 a_1^2 a_2$
$\omega_1 \pm 2\omega_2$	IMP 3. reda	$\frac{3}{4} k_3 a_1 a_2^2$

DC — jednosmerna komponenta

HP — harmonijski produkt

IMP — intermodulacioni produkti

Pažljivom primenom trigonometrijskih identiteta, dobijamo vrednosti pojedinih parametara koje su navedene u gornjoj tabeli. Čitaocima/čitatelj-kama se prepušta da nacrtaju amplitudski spektar izlaznog signala.

Zadatak 1.9 Dobitak nelinearnog pojačavača, G , zavisi od snage signala na njegovom ulazu, P_{in} , po obrascu

$$G = 1 + \frac{\alpha}{P_{in}} \ln \frac{G_0}{G},$$

gde je $\alpha = 50$ mW i $G_0 = 1000$. Nacrtajte vremenski oblik signala na izlazu ovoga pojačavača, kada na njegov ulaz dolazi signal

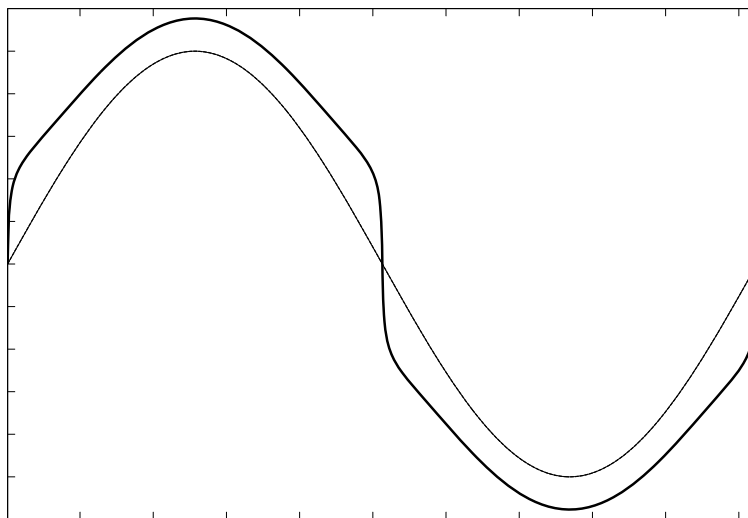
$$x(t) = \sin \omega t.$$

Zavisnost dobitka ovoga pojačavača od snage signala na njegovome ulazu možemo predstaviti u obliku

$$G = \frac{\alpha}{P_{in}} W \left(G_0 \frac{P_{in}}{\alpha} e^{P_{in}/\alpha} \right),$$

gde je s $W(\cdot)$ označena *Lambertova W funkcija*, koja predstavlja rešenje jednačine $xe^x = const$.

W funkcija nije elementarna, pa ćemo za njeno izračunavanje upotrebiti neki od računarskih programa. Na taj način, dobijamo sledeće grafike signala na ulazu i na izlazu pojačavača.

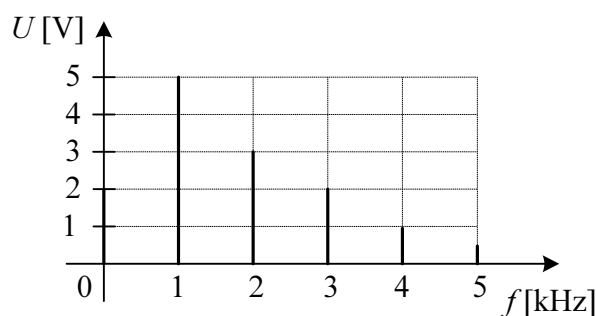


Slika 1.9: Signali na ulazu i na izlazu pojačavača.

Signal na ulazu pojačavača nacrtan je tanjom, a signal na izlazu debljom linijom. Upoređivanjem njihovih grafika, zaključujemo da ovaj pojačavač unosi značajna izobličenja.

Čitaocima/čitateljka se preporučuje da pomoću računara odrede i nacrtaju amplitudski spektar signala na izlazu pojačavača.

Zadatak 1.10 Kada se na ulaz jednoga pojačavača dovede prostoperiodični signal amplitude 1 V i frekvencije 1 kHz, na njegovom se izlazu dobije signal čiji je amplitudski spektar prikazan na slici.



Slika 1.10: Amplitudski spektar signala na izlazu pojačavača.

Odredite koeficijent ukupnih harmonijskih izobličenja koje unosi ovaj pojačavač.

Ako se nelinearni pojačavač pobudi signalom $U_{in} \cos(\omega_0 t)$, na njegovom će se izlazu, u opštem slučaju, dobiti signal

$$u(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} U_k \cos(k\omega_0 t + \theta_k).$$

Koeficijent ukupnih harmonijskih izobličenja tada se definiše kao

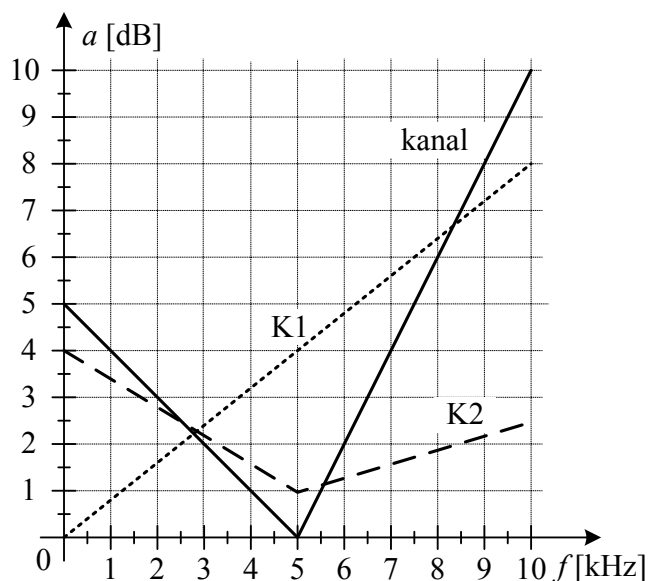
$$\text{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{+\infty} U_k^2}}{U_1}.$$

Za pojačavač iz našeg zadatka, amplituda korisne komponente je 5 V. Pri izračunavanju sume u obzir treba uzeti komponente na frekvencijama 2 kHz, 3 kHz, 4 kHz i 5 kHz, čije su amplitude redom 3 V, 2 V, 1 V i 0,5 V. Koeficijent ukupnih harmonijskih izobličenja iznosi 0,75.

U literaturi se sreće i alternativna definicija koeficijenta harmonijskih izobličenja:

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{+\infty} U_k^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{+\infty} U_k^2}}.$$

Zadatak 1.11 Karakteristika slabljenja jednog telekomunikacionog kanala prikazana je na slici punom linijom. Da bi se korigovala linearna amplitudska izobličenja koja unosi ovaj kanal, na red s njim se vezuje potreban broj korektora K1 i K2, čije su karakteristike slabljenja takođe prikazane na slici.



Slika 1.11: Karakteristike slabljenja kanala i korektora.

- Odredite kombinaciju korektora $xK1 + yK2$ koja će omogućiti da se korigovani kanal ponaša kao idealan sistem prenosa u opsegu frekvencija koje zauzima spektar signala govora.
- Nacrtajte karakteristiku slabljenja korigovanog kanala.

a) Signal govora za potrebe telefonije zauzima opseg frekvencija od 0,3 kHz do 3,4 kHz. Unutar ovoga opsega, nagib karakteristike slabljenja originalnog kanala iznosi -1 dB/kHz, korektora K1 $+0,8$ dB/kHz i korektora K2 $-0,6$ dB/kHz.

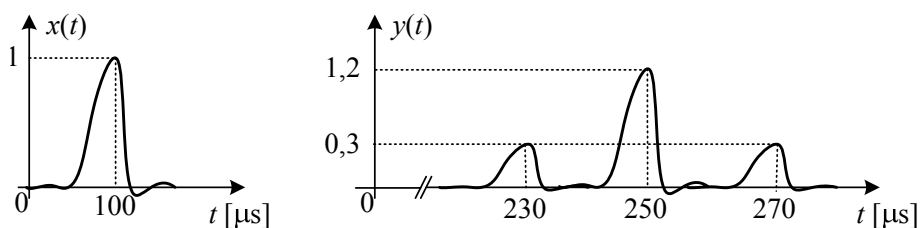
Idealni sistem prenosa treba unositi konstantno slabljenje. Da bi se to postiglo unutar opsega govornih frekvencija, na red s kanalom treba vezati dva korektora K1 i jedan korektor K2. Stoga je $x = 2$ i $y = 1$.

b) Karakteristika slabljenja ovako korigovanog kanala prikazana je na slici.



Karakteristika slabljenja korigovanog kanala.

Zadatak 1.12 Na slici su prikazani vremenski dijagrami signala na ulazu ($x(t)$) i izlazu ($y(t)$) jednog pojačavača.



Slika 1.12: Vremenski oblici signala na ulazu i na izlazu pojačavača.

Spektar signala $x(t)$ nalazi se unutar propusnog opsega pojačavača. Odredite funkciju prenosa ovoga pojačavača i objasnite koju vrstu izobličenja on unosi.

Na osnovu vremenskih oblika signala $x(t)$ i $y(t)$, zaključujemo da važi

$$y(t) = ax(t - t_0 + \tau) + bx(t - t_0) + ax(t - t_0 - \tau),$$

gde je

$$\begin{aligned} a &= 0,3, \\ b &= 1,2, \\ t_0 &= 150 \mu\text{s} \end{aligned}$$

i

$$\tau = 20 \mu\text{s}.$$

Fourierova transformacija signala $y(t)$ je

$$Y(j\omega) = ae^{-j\omega(t_0-\tau)}X(j\omega) + be^{-j\omega t_0}X(j\omega) + ae^{-j\omega(t_0+\tau)}X(j\omega).$$

Sređivanjem dobijamo

$$Y(j\omega) = e^{-j\omega t_0} (ae^{j\omega\tau} + b + ae^{-j\omega\tau}) X(j\omega),$$

odnosno

$$Y(j\omega) = e^{-j\omega t_0} [a (e^{j\omega\tau} + e^{-j\omega\tau}) + b] X(j\omega),$$

što daje

$$Y(j\omega) = e^{-j\omega t_0} [2a \cos(\omega\tau) + b] X(j\omega).$$

To znači da je funkcija prenosa posmatranog pojačavača

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = [2a \cos(\omega\tau) + b] e^{-j\omega t_0}.$$

Ovaj pojačavač unosi *linearna amplitudska izobličenja*, jer njegova amplitudska karakteristika zavisi od frekvencije, dok je fazna karakteristika linearna i odgovara karakteristici idealnog sistema prenosa.

Na opisanom principu se zasniva tzv. *Wheelerov metod uparenih odjeka* za analizu linearnih izobličenja.

Zadatak 1.13 Sistem čija je funkcija prenosa

$$H(j\omega) = \begin{cases} Ae^{-j(\omega t_0 - \Delta\theta \sin \frac{\omega\tau}{2})}, & |\omega| < \omega_1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

pobuđen je signalom $x(t)$, čiji je spektar ograničen na opseg $[-\omega_1, \omega_1]$. Ukoliko je $\Delta\theta \ll 1$, odredite izraz za vremenski oblik signala na izlazu sistema, $y(t)$.

Primetimo da posmatrani sistem unosi *linearna fazna izobličenja*. Pošto se spektar pobudnog signala u potpunosti nalazi unutar propusnog opsega sistema, spektar izlaznog signala će biti

$$Y(j\omega) = AX(j\omega)e^{-j(\omega t_0 - \Delta\theta \sin \frac{\omega\tau}{2})}.$$

Podsetimo se važnog identiteta iz teorije Besselovih funkcija:

$$e^{jm \sin \alpha} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m) e^{jn\alpha},$$

gde je J_n Besselova funkcija prve vrste, n -tog reda. Izraz za spektar signala $y(t)$ sada možemo napisati u obliku

$$Y(j\omega) = AX(j\omega)e^{-j\omega t_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\Delta\theta) e^{jn\omega\tau/2}.$$

Po polaznoj pretpostavci, $\Delta\theta$ je mala veličina, pa se gornja suma može aproksimirati sabircima za $|n| \leq 1$. Kako je i

$$J_{-n}(\xi) = (-1)^n J_n(\xi),$$

imaćemo

$$Y(j\omega) \approx AX(j\omega)e^{-j\omega t_0} [J_0(\Delta\theta) + J_1(\Delta\theta)e^{j\omega\tau/2} - J_1(\Delta\theta)e^{-j\omega\tau/2}].$$

Prelaskom u vremenski domen dobijamo

$$y(t) \approx AJ_0(\Delta\theta)x(t - t_0) + AJ_1(\Delta\theta)x\left(t - t_0 + \frac{\tau}{2}\right) - AJ_1(\Delta\theta)x\left(t - t_0 - \frac{\tau}{2}\right).$$

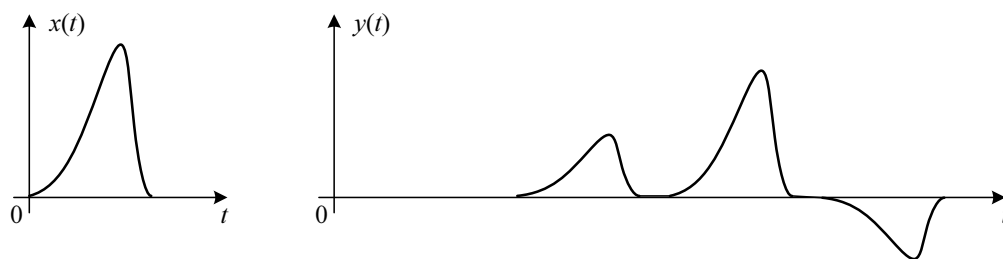
Iskoristimo li aproksimativnu formulu za izračunavanje vrednosti Besselovih funkcija

$$J_n(\xi) \approx \frac{\xi^n}{2^n n!}, \quad \xi \ll 1,$$

dobićemo

$$y(t) \approx Ax(t - t_0) + \frac{A}{2}\Delta\theta x\left(t - t_0 + \frac{\tau}{2}\right) - \frac{A}{2}\Delta\theta x\left(t - t_0 - \frac{\tau}{2}\right).$$

Primer vremenskih oblika signala $x(t)$ i $y(t)$ ilustrovan je na slici 1.13, na narednoj strani.



Slika 1.13: Vremenski oblici signala na ulazu i na izlazu sistema.

Zadatak 1.14 Sistem čija je funkcija prenosa

$$H(j\omega) = \begin{cases} (1 + \Delta A \cos \frac{\omega\tau}{2}) e^{-j(\omega t_0 - \Delta\theta \sin \frac{\omega\tau}{2})}, & |\omega| < \omega_1 = \frac{2\pi}{\tau} \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

pobuđen je signalom $x(t)$, čiji je spektar ograničen na opseg $[-\omega_1, \omega_1]$. Ukoliko je $\Delta\theta \ll 1$, odredite izraz za vremenski oblik signala na izlazu sistema, $y(t)$.

Posmatrani sistem unosi *kombinovana linearna amplitudska i fazna izobličenja*. Primenom postupka koji je objašnjen u zadacima 1.12 i 1.13, dobijamo

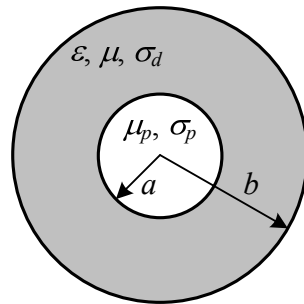
$$\begin{aligned} y(t) \approx & x(t - t_0) + \\ & + \frac{\Delta A + \Delta\theta}{2} x\left(t - t_0 + \frac{\tau}{2}\right) + \frac{\Delta A - \Delta\theta}{2} x\left(t - t_0 - \frac{\tau}{2}\right) + \\ & + \frac{\Delta A \Delta\theta}{4} x(t - t_0 + \tau) - \frac{\Delta A \Delta\theta}{4} x(t - t_0 - \tau). \end{aligned}$$

Čitaocima/čitateljka se prepušta da pažljivim izračunavanjem potvrde ovaj rezultat i da skiciraju vremenske oblike signala na ulazu i izlazu sistema.

2. Kablovski sistemi

Zadatak 2.1 Izvedite izraze za primarne i sekundarne parametre koaksijalnog kabla.

Posmatrajmo koaksijalni kabl čiji poprečni presek izgleda kao na slici.



Slika 2.1: *Poprečni presek koaksijalnog kabla.*

Pretpostavimo da je u kablju pobuđen samo TEM tip talasa. Prema oznakama sa slike, brzina njegovog prostiranja je

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}.$$

Karakteristična impedansa kabla je

$$Z_c = \frac{1}{cC'},$$

gde je C' podužna kapacitivnost kabla, koja je data izrazom

$$C' = \frac{Q'}{U} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{b}{a}},$$

a s Q' je označeno podužno naelektrisanje provodnika kabla, kada se on priključi na stalni napon U . Izraz za karakterističnu impedansu koaksijalnog kabla sada možemo napisati u obliku

$$Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a} \approx \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a}.$$

Pri tome je s ϵ_r označena relativna permitivnost izolatora, dok je pretpostavljeno da je permeabilnost provodnika jednaka permeabilnosti vakuumu.

Standardne karakteristične impedanse koaksijalnih kablova iznosile su 50 Ω , 60 Ω i 75 Ω . U telekomunikacijama su danas u upotrebi kablovi impedansi 50 Ω (merna tehnika i sistemi prenosa) i 75 Ω (televizija).

Površinska otpornost kabla je

$$R_S = \sqrt{\frac{\omega \mu_p}{2\sigma_p}}.$$

Primarni parametri kabla su *podužna otpornost*, R' , *podužna kapacitivnost*, C' , *podužna odvodnost*, G' i *podužna induktivnost*, L' . Oni su dati sledećim izrazima:

$$R' = \frac{R_S}{2\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega \mu_p}{2\sigma_p}} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right),$$

$$C' = \frac{Q'}{U} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{b}{a}},$$

$$G' = \frac{\sigma_d}{\epsilon} C' = \frac{2\pi\sigma_d}{\ln \frac{b}{a}},$$

$$L' = \frac{\epsilon\mu}{C'} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}.$$

Sekundarni parametri kabla su *koeficijent slabljenja* i *fazni koeficijent*. Koeficijent slabljenja jednak je zbiru koeficijenata slabljenja u provodniku i u dielektriku,

$$\alpha = \alpha_p + \alpha_d.$$

Pri tome je

$$\alpha_p = \frac{R'}{2Z_c} = \frac{R_s \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)}{2\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a}}$$

i

$$\alpha_d = \frac{G'Z_c}{2} = \frac{\sigma_d}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}.$$

Poslednji član se može zanemariti kada je dominantno slabljenje u provodnicima, usled skin-efekta.

Fazni koeficijent kabla dat je izrazom

$$\beta = \omega \sqrt{\epsilon \mu}.$$

Čitateljka/čitaocima se preporučuje da skiciraju grafike frekvencijskih zavisnosti parametara koaksijalnog kabla.

Zadatak 2.2 Televizijski signal koji zauzima opseg frekvencija [556 kHz, 6,056 MHz] prenosi se koaksijalnim kablom čiji su parametri: $a = 1,3$ mm, $b = 4,7$ mm, $\epsilon_r = 1,05$ (*styroflex*), $\rho_p = 0,01785 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$ ($\sigma_{\text{Cu}} = 56 \text{ MS}/\text{m}$), $L = 1200$ m. Ako je nivo signala na ulazu kabla $p_{in} = -3$ dBm, odredite nivo signala na njegovom izlazu.

Karakteristična impedansa kabla je

$$Z_c \approx \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a} \approx 75 \Omega.$$

Smatraćemo da su u kablju izraženi gubici usled skin-efekta, pa je njegovo podužno slabljenje dato izrazom

$$\alpha_p = \sqrt{\mu_0 \pi f \rho_p} \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{4\pi Z_c}.$$

Vidimo da podužno slabljenje raste s korenom frekvencije. Pošto spektar signala koji se prenosi kablom zauzima širok opseg frekvencija, u proračunu ćemo posmatrati najgori slučaj, kada je $f = f_{max} = 6,056$ MHz, jer je tada podužno slabljenje kabla najveće i iznosi $6,8 \cdot 10^{-4}$ Np/m (nepera po metru).

Ukupno slabljenje kabla je

$$a = \alpha L \approx 0,82 \text{ Np.}$$

Danas je uobičajeno da se slabljenja, dobiti i nivoi izražavaju u decibelima, dok neperi imaju istorijski značaj. Između ovih dveju jedinica važi odnos

$$1 \text{ Np} = 8,686 \text{ dB.}$$

Slabljenje kabla na najvišoj prenošenoj frekvenciji stoga je

$$a = 7,12 \text{ dB.}$$

Nivo signala na izlazu kabla je

$$p_{out} = p_{in} - a = -10,12 \text{ dBm.}$$

Zadatak 2.3 U tabeli su date izmerene vrednosti slabljenja jednog koaksijalnog kabla. Odredite slabljenje ovoga kabla na frekvenciji $f = 900 \text{ MHz}$.

f [MHz]	a [dB]
500	21
550	21,6
750	25,5
800	27,1

Izraz za slabljenje koaksijalnog kabla možemo napisati u obliku

$$a \text{ [dB]} = k\sqrt{f},$$

gde je k konstanta. Prema prethodnom izrazu, da bismo odredili slabljenje kabla na nekoj frekvenciji, dovoljno je da znamo slabljenje na poznatoj frekvenciji. Onda kada raspoložemo s više izmerenih vrednosti slabljenja, kao što je to slučaj u našem zadatku, vrednost konstante k odredićemo minimiziranjem srednje kvadratne greške.

Formirajmo funkciju

$$F(k) = \sum_{i=1}^n (a_i - k\sqrt{f_i})^2,$$

gde je n broj merenja. U optimalnom slučaju, izvod funkcije $F(k)$ jednak je nuli:

$$\frac{dF(k)}{dk} = \sum_{i=1}^n 2 \left(a_i - k\sqrt{f_i} \right) \left(-\sqrt{f_i} \right) = 0.$$

Odavde se dobija

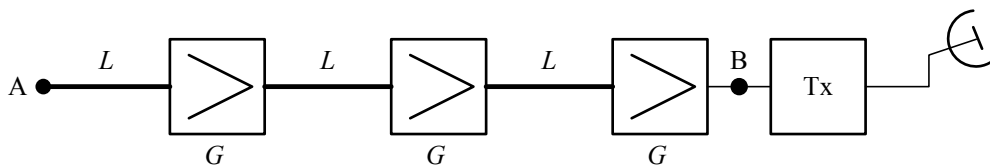
$$k = \frac{\sum_{i=1}^n a_i \sqrt{f_i}}{\sum_{i=1}^n f_i}.$$

Za vrednosti iz tabele, dobijamo

$$k = 9,388 \cdot 10^{-4} \text{ dB}/\sqrt{\text{Hz}}.$$

Slabljenje kabla na frekvenciji $f = 900 \text{ MHz}$ sada približno iznosi 28,2 dB.

Zadatak 2.4 Grupa od 600 telefonskih kanala koji obrazuju frekvencijski multipleks na principu AM-SSB + FDM u opsegu 60 kHz – 2540 kHz, prenosi se kablovskom vezom od komutacionog centra do uređaja za usmerenu radiorelejnu vezu. Kablovska veza je realizovana iz triju deonica, dužine po 9 km. Upotrebljen je koaksijalni kabl čiji su parametri: $a = 1,45 \text{ mm}$, $b = 4,2 \text{ mm}$, $\epsilon_r = 1,63$ (ekstrudirani polietilen), $\rho_p = 0,01785 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$. Nivo signala u tački A isti je u svim kanalima. Dobitak pojačavača, G , ne zavisi od frekvencije i jednak je slabljenju kabla na najvišoj prenošenoj frekvenciji. Odredite za koliko se razlikuju odnosi signal-šum u tački B na prvom i u poslednjem kanalu.



Slika 2.4: Sistem za prenos s kablovskim deonicama i pojačavačima.

Snaga korisnog signala u tački B je

$$S_B = S_A \left(\frac{G}{A} \right)^3,$$

gde je S_A snaga signala u tački A i A slabljenje kablovske deonice.

Pri prenosu uz korišćenje deonica s pojačavačima, do izražaja dolazi kumulativni efekat šuma. U tački B se sabiraju snage šumova sa svih deonica veze, pa je snaga šuma u jednom kanalu ovoj tački

$$N_B = N_0 \frac{G^3}{A^2} + N_0 \frac{G^2}{A} + N_0 G,$$

gde je N_0 snaga sopstvenog šuma pojačavača unutar jednog kanala, svedena na njegov ulaz. Odnos signal-šum u tački B stoga je dat izrazom

$$SNR_B = \frac{S_A}{GN_0} \frac{1}{\frac{A}{G} + \left(\frac{A}{G}\right)^2 + \left(\frac{A}{G}\right)^3}.$$

Karakteristična impedansa upotrebljenog koaksijalnog kabla je

$$Z_c \approx \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a} \approx 50 \Omega,$$

dok je njegovo podužno slabljenje

$$\alpha \approx \alpha_p = \sqrt{\mu_0 \pi f \rho_p} \frac{1}{4\pi Z_c} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = 3,92 \cdot 10^{-7} \sqrt{f} \frac{\text{Np}}{\sqrt{\text{Hz m}}}.$$

Slabljenje deonice čija je dužina $L = 9$ km stoga je

$$a = 3,528 \cdot 10^{-3} \sqrt{f} \frac{\text{Np}}{\sqrt{\text{Hz}}}.$$

Širina kanala u multipleksu je $B_{ch} = 4133,3$ Hz. Slabljenja deonice u najnižem i u najvišem kanalu stoga su

$$a_1 = 0,893 \text{ Np},$$

$$a_{600} = 5,623 \text{ Np}.$$

Kako je

$$a [\text{Np}] = \frac{\ln A}{2},$$

odgovarajuća apsolutna slabljenja su

$$A_1 = 5,966$$

i

$$A_{600} = 76573.$$

Po postavci zadatka, dobitak pojačavača jednak je slabljenju deonice u najvišem kanalu,

$$G = A_{600} = 76573.$$

Odnos signal-šum na izlazu veze, u prvom kanalu sada je

$$SNR_{B,1} = \frac{S_A}{GN_0} \frac{1}{\frac{A_1}{G} + \left(\frac{A_1}{G}\right)^2 + \left(\frac{A_1}{G}\right)^3},$$

a u posljednjem, šeststotom,

$$SNR_{B,600} = \frac{S_A}{3GN_0}.$$

Njihova razlika je

$$10 \log \frac{SNR_{B,1}}{SNR_{B,600}} = 10 \log \frac{3}{\frac{A_1}{G} + \left(\frac{A_1}{G}\right)^2 + \left(\frac{A_1}{G}\right)^3}$$

i iznosi 46 dB.

Zadatak 2.5 Multipleksni signal, sastavljen od 60 telefonskih kanala, prenosi se kablovskim linkom, uz korišćenje ekvidistantno raspoređenih pojačavača. Podužno slabljenje kabla na najvišoj frekvenciji multipleksnog signala je 2,8 dB/km. Na ulazu svakog pojačavača postoji isti termički šum, čiji psfometrijski vrednovan nivo u jednom kanalu iznosi -80 dB. Dobitak pojačavača je 5,6 dB, a nivo signala na izlazu 2 dB. Odredite maksimalnu dužinu ovog linka, tako da na izlazu poslednjeg pojačavača, snaga sopstvenog šuma u tački nultog relativnog nivoa, psfometrijski vrednovana u kanalu, ne bude veća od 0,5 nW.

Snazi šuma od 0,5 nW u tački nultog relativnog nivoa signala (za referentnu snagu 1 mW) odgovara odnos signal-šum

$$\frac{S}{N} = 10 \log \frac{1 \text{ mW}}{0,5 \text{ nW}} = 63 \text{ dB}.$$

Snage šuma pojedinih pojačavača u vezi se sabiraju, pa je snaga sopstvenog šuma na ulazu poslednjeg pojačavača

$$N_{uk} = mN,$$

gde je m broj pojačavačkih deonica.

Nivo šuma na ulazu poslednjeg pojačavača je

$$n_{uk} = n + 10 \log m,$$

gde je, po postavci zadatka, $n = -80$ dB.

Nivo šuma na izlazu veze uvećan je za dobitak pojačavača:

$$n_{izl} = -80 \text{ dB} + 10 \log m + 56 \text{ dB} = -74,4 \text{ dB} + 10 \log m.$$

Odnos signal-šum na izlazu je

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{izl} = 2 \text{ dB} - (-74,4 \text{ dB} + 10 \log m) = 76,4 \text{ dB} - 10 \log m$$

i, po postavci zadatka, ne sme biti manji od 63 dB. Odavde se dobija

$$\log m \leq 1,34,$$

tj. $m_{max} = 21$.

Dužina kablovske deonice se tipično bira tako da njeno slabljenje bude jednako dobitku pojačavača. Odavde je

$$l = \frac{g}{a} = \frac{5,6 \text{ dB}}{2,8 \text{ dB/km}} = 2 \text{ km}.$$

Ukupna dužina kablovskog linka sada je

$$L = m_{max}l = 42 \text{ km}.$$

Zadatak 2.6 Kvaternarni signal protoka $V = 15$ Mbaud prenosi se kablovskom vezom. Maksimalni nivo signala na izlazu predajnika iznosi 30 dBm. Podužno slabljenje kabla je 3 dB/km. Prijemnik je optimalan, na bazi

integratora s rasterećenjem. Raspoloživa širina propusnog opsega kabla, B , povezana je s njegovom dužinom, L , relacijom

$$B \text{ [MHz]} \cdot L \text{ [km]} = 10.$$

Amplitudska karakteristika kabla uobličena je tako da ima kosinusno zaobljenje, sa $\xi = 0,5$. Spektralna gustina snage belog Gaussovog šuma, svedena na ulaz prijemnika, p_N , povezana je s dužinom kabla relacijom

$$p_N \text{ [pW/Hz]} = (1 + 0,14 L \text{ [km]}) \cdot 10^{-8}.$$

Oredite maksimalnu dužinu linije, ako osetljivost prijemnika (minimalan zahtevani nivo korisnog signala na ulazu) iznosi 15 dBm, a verovatnoća pogrešnog prijema kvaternarnog simbola ne sme biti veća od 10^{-9} .

Maksimalna snaga signala na izlazu predajnika je

$$P_M = 10^{P_M/10} = 1 \text{ W}.$$

Minimalna snaga M -arnog signala na izlazu predajnika je

$$P_m = \frac{P_M}{(M-1)^2}$$

i iznosi 1/9 W. Minimalni nivo signala na izlazu predajnika stoga je

$$p_m = 10 \log \frac{P_m}{1 \text{ mW}} = 20,5 \text{ dBm}.$$

Maksimalnu dužinu linije odredićemo tako da bude zadovoljen i najstroži od postavljenih uslova.

Minimalni nivo signala na prijemu ne sme biti manji od deklarisanе osetljivosti,

$$p_m - \alpha L \geq p_R,$$

odakle se dobija maksimalna dužina linije

$$L_{max,1} = 1,82 \text{ km}.$$

Posmatrajmo uslov koji se odnosi na širinu propusnog opsega linije. Po II Nyquistovom kriterijumu, minimalno potrebna širina propusnog opsega kabla je

$$B = \frac{V}{2}(1 + \xi) = 11,25 \text{ MHz}.$$

Imajući u vidu propusni opseg, maksimalna dužina linije je

$$L_{max,2} = 0,89 \text{ km.}$$

Ovo je stroži zahtev od $L_{max,1}$.

Posmatrajmo, na kraju, uslov koji se odnosi na verovatnoću greške. Verovatnoća pogrešnog prijema kvaternarnog simbola je

$$P_e = \frac{3}{4} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{P_m 10^{-\alpha L/10}}{p_N V}}$$

i ne sme premašiti vrednost 10^{-9} . Očitavanjem iz tablica, dobijamo ekvivalentan uslov

$$\frac{10^{-\alpha L/10}}{9p_N V} \geq 18,3818,$$

odnosno

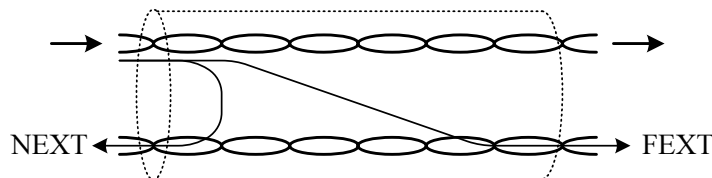
$$10^{-0,3L} \geq 2,4815 \cdot 10^{-11} + 3,4742 \cdot 10^{-12} L.$$

Dobija se transcendentna nejednačina. Nema potrebe da ju rešavamo, jer se lako uveravamo da je zadovoljena za $L_{max,2}$. Maksimalna dužina linije stoga je upravo

$$L_{max} = L_{max,2} = 0,89 \text{ km.}$$

Zadatak 2.7 Procenite vrednost slabljenja preslušavanja na daljem kraju UTP kabla Cat. 6 dužine 20 m, na frekvenciji 200 MHz.

Pojave preslušavanja na bližem (NEXT) i daljem kraju (FEXT) višezilnog kabla ilustrovane su na slici.



Slika 2.7: Preslušavanja u kablu.

Pri rešavanju zadatka, korišćićemo se kataloškim podacima iz Priloga B. Cat. 6 UTP kabl sastoji se od osam žila, koje su upredene u četiri parice.

Podužno slabljenje kabla na frekvenciji 200 MHz iznosi 29 dB/100 m, dok je slabljenje preslušavanja na bližem kraju 39,8 dB.

Najgori slučaj u pogledu preslušavanja nastupa kada su aktivne tri parice, koje u preostaloj, četvrtoj, izazivaju smetnju. Nivo preslušanog signala na bližem kraju četvrte parice biće za 4,8 dB (tri puta) veći od vrednosti očitane iz tabele, pa će slabljenje preslušavanja na bližem kraju biti 35 dB. Preslušani signal pri prostiranju kroz kabl slabi za 5,8 dB, pa je ukupno slabljenje preslušavanja na daljem kraju 40,8 dB.

Zadatak 2.8 Za realizaciju mesne pretplatničke mreže koristi se pedesetoparični kabl A-2Y(L)2Y 50 × 2 × 0,6 St III Bd. Primenom aproksimativnog izraza za transfer-funkciju ukupne preslušane snage na bližem kraju,

$$\text{NEXT}(f, n) = X_N n^{0,6} f^{3/2},$$

gde je $X_N = 8,536 \cdot 10^{-15}$, n broj izvora preslušavanja i f frekvencija u hertzima, procenite vrednost slabljenja preslušavanja na bližem kraju na frekvencijama 1 kHz i 100 kHz.

Slabljenje preslušavanja na bližem kraju je

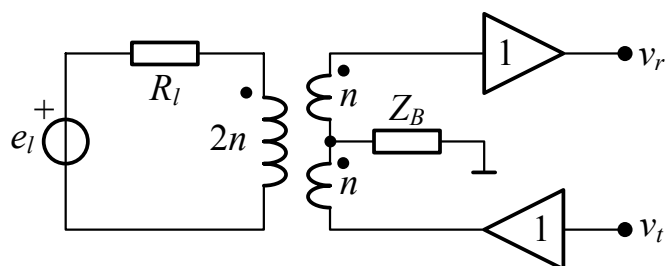
$$a_{\text{NEXT}} = -10 \log [\text{NEXT}(f, n)].$$

Najgori slučaj nastupa kada se u posmatranoj parici preslušavaju signali iz svih 49 preostalih. Tada će biti

$$a_{\text{NEXT}} = 130,5 \text{ dB} - 15 \log \frac{f}{1 \text{ Hz}}.$$

Na frekvenciji 1 kHz, koja se nalazi unutar opsega koji zauzima spektar signala govora, slabljenje preslušavanja je 85,5 dB. Na frekvenciji 100 kHz, koja bi odgovarala DSL signalima, ovo slabljenje iznosi 55,5 dB.

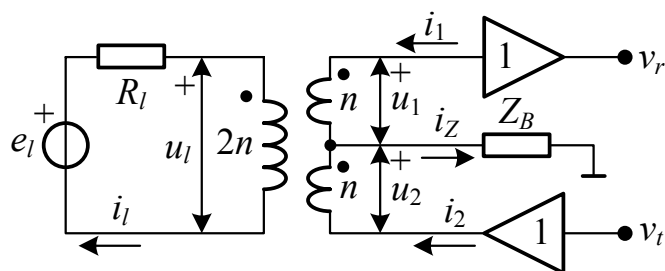
Zadatak 2.9 Na slici je prikazana šema transformatorskog hibrida za prelazak s dvožičnog na četvorožični prenos. Dvožična linija se ekvivalentira Théveninovim generatorom, parametara e_l i $R_l = 2000 \Omega$. Pojačavači i transformator su idealni. Odredite vrednost balansne impedanse Z_B , tako da se poništi eho. Pokažite kako se u tom slučaju prenose signali između krajeva hibrida.



Slika 2.9: Transformatorski hibrid.

Eha neće biti ako se, pri neaktivnoj dvožičnoj liniji, signal s predajne strane četvorožične linije ne „vraća” na njenu prijemnu stranu. Prema oznakama s naredne slike, to znači da je

$$e_l = 0, v_t \neq 0 \Rightarrow v_r = 0.$$



Poništavanje eha.

Kolo sa slike opisano je sledećim jednačinama:

$$u_l = \frac{2n}{n}u_1 = \frac{2n}{n}u_2,$$

$$i_l = -\frac{n}{2n}i_1 + \frac{n}{2n}i_2,$$

$$i_1 + i_2 - i_Z = 0,$$

$$i_1 = 0,$$

$$e_l - R_l i_l - u_l = 0,$$

$$v_r - u_1 - i_Z Z_B = 0.$$

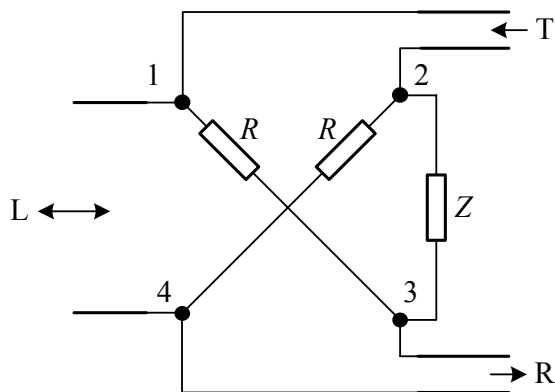
Iz uslova poništavanja eha, odavde dobijamo

$$Z_B = \frac{R_l}{4} = 500 \Omega.$$

Tada je $u_l = -v_t$ i $v_r = 0,5u_l$.

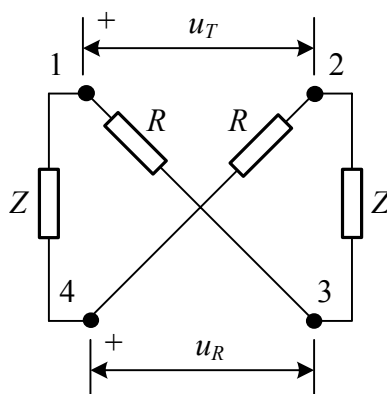
Zadatak 2.10 Na slici je prikazana šema diferencijalnog sistema za prelazak s dvožičnog prenosa na četvorožični. Karakteristične impedanse predajne (T) i prijemne linije (R) su R , a dvožične linije (L) Z .

- Odredite vrednost impedanse Z , tako da se poništi eho.
- Odredite slabljenja pri prenosu signala.



Slika 2.10: Otpornički hibrid.

- Kada je poništen eho, signal se ne prenosi s predajne linije na prijemnu, pa je



Poništavanje eha.

$$u_R = u_{42} + u_{23} = u_T \frac{R}{R+Z} - u_T \frac{Z}{R+Z},$$

to jest

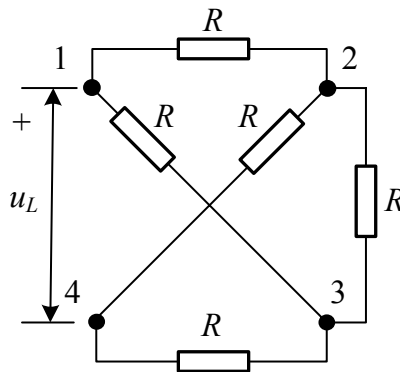
$$u_R = u_T \frac{R-Z}{R+Z}.$$

Oдавде vidimo da će se eho poništiti kada važi

$$Z = R.$$

b) Pod uslovom iz tačke a), slabljenje signala od predajne linije ka prijemnoj (T → R) je beskonačno.

Da bismo odredili slabljenje signala od L do R, posmatraćemo šemu sa sledeće slike.



Prenos signala od dvožične linije ka prijemnoj strani četvorožične.

Uočavamo da otpornici u ovom slučaju formiraju uravnoteženi most, pa je

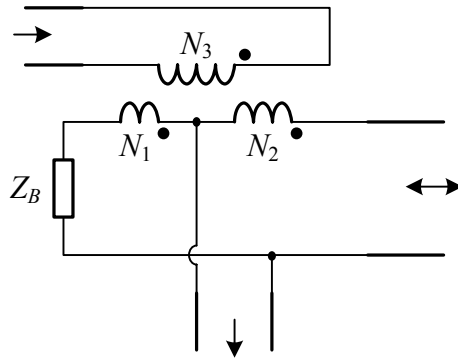
$$u_{23} = 0.$$

Stoga je

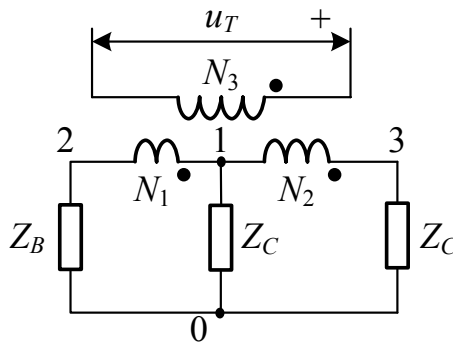
$$u_R = u_{43} = -\frac{u_L}{2},$$

pa je slabljenje u smeru L → R 4 puta, ili 6 dB. Zbog simetrije, jednako slabljenje je i u smeru T → L.

Zadatak 2.11 Na slici je prikazan asimetrični diferencijalni sistem. Karakteristične impedanse linija su Z_c . Transformator je idealan. Odredite vrednost balansne impedanse, Z_B , tako da se poništi eho.

Slika 2.11: *Asimetrični transformatorski hibrid.*

Da bismo odredili uslov poništavanja eha, prijemnu i dvosmernu liniju zatvorimo karakterističnim impedansama, dok ćemo na predajnu liniju dovesti napon u_T , kao što je prikazano na sledećoj slici.

*Poništavanje eha.*

Iz osobina idealnog transformatora je

$$u_{12} = u_T \frac{N_1}{N_3}$$

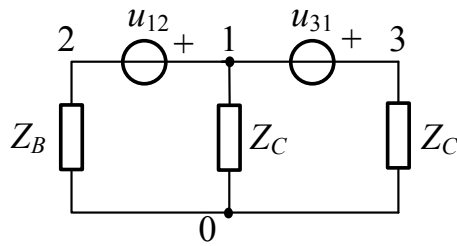
i

$$u_{31} = u_T \frac{N_2}{N_3}.$$

Pozivajući se na teoremu kompenzacije, možemo formirati ekvivalentnu šemu koja je prikazana na narednoj slici.

Napon na prijemnoj liniji je u_{10} i najlakše ćemo ga odrediti metodom napona između čvorova:

$$u_{10} \left(\frac{1}{Z_B} + \frac{2}{Z_C} \right) = \frac{u_{12}}{Z_B} - \frac{u_{31}}{Z_C}.$$



Ekvivalentno kolo.

Kada nema eha, važi i

$$u_{10} = 0,$$

pa je

$$\frac{u_{12}}{Z_B} = \frac{u_{31}}{Z_C}.$$

Nakon sređivanja, odavde dobijamo

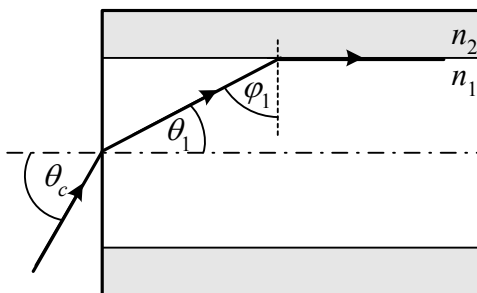
$$Z_B = Z_C \frac{N_1}{N_2}.$$

Primetimo da ovaj rezultat *ne zavisi* od N_3 .

3. Optički sistemi

Zadatak 3.1 Odredite numeričku aperturu meridionalnih zraka u dvoslojnom optičkom vlaknu, čiji je indeks prelamanja jezgra $n_1 = 1,5$, a relativna razlika indeksa prelamanja jezgra i omotača $\Delta = 0,02$. Dužina vlakna je $L = 1$ km.

Numerička apertura odgovara sinusima maksimalnog ugla koji zrak može zaklapati s osom vlakna, a da ne pripada zracima koji napuštaju jezgro. Prema oznakama sa slike, granični slučaj kada na razdvojnoj površi jezgra i omotača nastupa totalna refleksija, opisan je jednačinama:



Slika 3.1: *Određivanje numeričke aperture dvoslojnog vlakna.*

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \frac{\pi}{2} = n_2,$$

$$1 \cdot \sin \theta_c = n_1 \sin \theta_1,$$

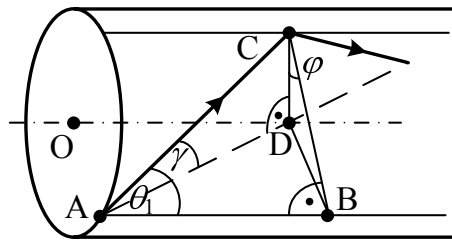
$$\theta_1 + \varphi_1 = \frac{\pi}{2}.$$

Odavde se dobija

$$\begin{aligned} NA &= \sin \theta_c = n_1 \cos \theta_1 = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \theta_1} = \\ &= n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 2\Delta n_1. \end{aligned}$$

Zadatak 3.2 Izvedite izraz za numeričku aperturu kosih zraka u dvoslojnom optičkom vlaknu.

Posmatrajmo prostiranje kosog zraka kroz jezgro dvoslojnog vlakna.



Slika 3.2: Prostiranje kosog zraka.

Numerička apertura u ovom slučaju odgovara sinusima kritičnog ugla θ_{1c} . Pozivajući se na poznati rezultat za numeričku aperturu meridionalnih zraka, možemo pisati

$$\sin \gamma = \frac{NA_{mer}}{n_1} = \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_1}.$$

Iz geometrijskih odnosa je

$$\sin \gamma = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}},$$

$$\sin \theta_1 = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}},$$

$$\cos \varphi = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}},$$

pa je

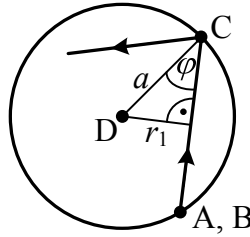
$$\sin \gamma = \sin \theta_1 \cos \varphi,$$

odakle dobijamo

$$\sin \theta_{1c} = \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_1 \cos \varphi}.$$

Kosinus ugla φ možemo odrediti na dva načina.

Posmatrajmo prvo projekciju putanje zraka na poprečni presek jezgra.



Određivanje ugla φ (1).

Prema oznakama sa slike je

$$\sin \varphi = \frac{r_1}{a},$$

pa je

$$\cos \varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{r_1}{a}\right)^2},$$

gde je r_1 tzv. *poluprečnik unutrašnje kaustike*. Odavde je

$$\sin \theta_{1c} = \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{r_1}{a}\right)^2}},$$

odnosno

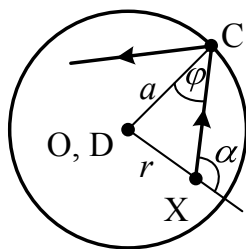
$$NA(r_1) = \frac{NA_{mer}}{\sqrt{1 - \left(\frac{r_1}{a}\right)^2}}.$$

Posmatrajmo sada čeonu površ vlakna. Odgovarajuća slika data je na narednoj strani.

Zrak se ubacuje u vlakno u tački X, na udaljenosti r od ose, pod uglom α u odnosu na pravac ka njoj.

Iz sinusne teoreme je

$$\frac{r}{\sin \varphi} = \frac{a}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{a}{\sin \alpha},$$



Određivanje ugla φ (2).

pa je

$$\cos \varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{a} \sin \alpha\right)^2}.$$

Sada je

$$NA(r, \alpha) = \frac{NA_{mer}}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{a} \sin \alpha\right)^2}}.$$

Zadatak 3.3 Odredite numeričku aperturu meridionalnih zraka u gradijentnom optičkom vlaknu.

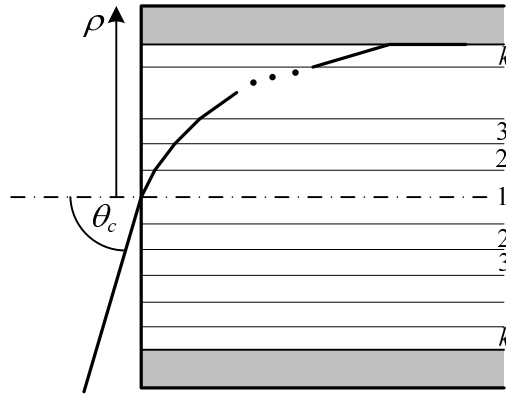
Indeks prelamanja jezgra gradijentnog optičkog vlakna je funkcija udaljenosti od ose vlakna,

$$n = n(\rho), \quad 0 \leq \rho < a,$$

dok je u omotaču konstantan

$$n = n(a), \quad \rho \geq a.$$

U jezgru vlakna, indeks prelamanja $n(\rho)$ po pravilu uniformno opada s porastom radijalne koordinate. Da bismo odredili numeričku aperturu meridionalnih zraka u ovakvom vlaknu, izdelićemo njegovo jezgro na k tankih cilindričnih ljuski. Pretpostavićemo da je debljina svake ljuske dovoljno mala da bi se moglo smatrati da je njen indeks prelamanja konstantan. Tada će do prelamanja zraka dolaziti samo na razdvojnim površima dveju ljuski, dok će se unutar svake ljuske zrak kretati pravolinijski.



Slika 3.3: Prostiranje meridionalnog zraka u gradijentnom vlaknu.

Kritični slučaj nastupa kada do totalne unutrašnje refleksije dolazi na razdvojnoj površi jezgra i omotača, $\rho = a$. Ako granice ljuski označimo s ρ_i , $i = 1, 2, \dots, k$, pri čemu je $\rho_k = a$, pišući Snellove zakone dobijamo

$$1 \cdot \sin \theta_c = n(0) \sin \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1 \right),$$

$$n(0) \sin \varphi_1 = n(\rho_1) \sin \varphi_2,$$

$$n(\rho_1) \sin \varphi_2 = n(\rho_2) \sin \varphi_3,$$

$$\vdots$$

$$n(\rho_{k-1}) \sin \varphi_k = n(a) \sin \frac{\pi}{2},$$

pri čemu su sa φ_i , $i = 1, 2, \dots, k$, označeni uglovi koje zrak zaklapa s normalom na razdvojnu površ pojedinih ljuski.

Vidimo da u jezgru gradijentnog vlakna važi

$$n(\rho) \sin \varphi_\rho = \text{const.}$$

Kombinovanjem s prvom jednačinom, dobijamo

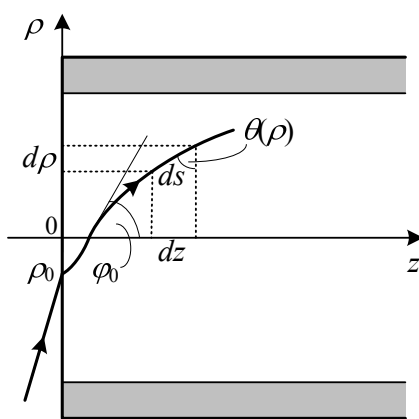
$$NA = \sin \theta_c = \sqrt{n^2(0) - n^2(a)},$$

što je važno i za dvoslojno vlakno. Numerička apertura meridionalnih zraka u gradijentnom vlaknu ne zavisi od analitičkog oblika funkcije $n(\rho)$, već samo od njenih vrednosti na osi vlakna i na granici jezgra i omotača.

Zadatak 3.4 Izvedite jednačinu putanje meridionalnog zraka u gradijentnom vlaknu, s paraboličkim profilom indeksa prelamanja

$$n^2(\rho) = \begin{cases} n^2(0) \left[1 - 2\Delta \left(\frac{\rho}{a} \right)^2 \right], & 0 \leq \rho < a, \\ n^2(a), & \rho \geq a \end{cases}.$$

Pretpostavimo da zrak ulazi u vlakno kao što je prikazano na slici.



Slika 3.4: Putanja zraka u gradijentnom vlaknu.

U prethodnom zadatku smo pokazali da u jezgru gradijentnog vlakna važi

$$n(\rho) \sin \theta_\rho = \text{const.}$$

Prema oznakama sa slike, važiće

$$n(\rho) \frac{dz}{ds} = n(0) \cos \varphi_0,$$

gde je ds element luka trajektorije zraka i φ_0 ugao pod kojim zrak seče osu vlakna. Kako je

$$ds = \sqrt{(d\rho)^2 + (dz)^2},$$

nakon sređivanja odavde ćemo dobiti

$$\frac{d\rho}{dz} = \pm \frac{\sqrt{n^2(\rho) - n^2(0) \cos^2 \varphi_0}}{n(0) \cos \varphi_0}.$$

Vidimo da je putanja zraka u jezgru gradijentnog vlakna periodična funkcija aksijalne koordinate, z . U tačkama $\rho = \rho_m$, takvim da važi

$$n(\rho_m) = n(0) \cos \varphi_0,$$

funkcija $\rho(z)$ dostiže ekstremnu vrednost.

U slučaju parabolikog profila indeksa prelamanja, biće

$$\frac{d\rho}{dz} = \pm \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi_0 - 2\Delta (\rho/a)^2}}{\cos \varphi_0}.$$

Ovo je diferencijalna jednačina koja razdvaja promenljive, pa ćemo ju rešiti integracijom:

$$\int_0^z dz = \pm \cos \varphi_0 \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\sqrt{\sin^2 \varphi_0 - 2\Delta (\rho/a)^2}}.$$

Izračunavanjem integrala, dobijamo

$$z = \frac{\sqrt{2}|a| \cos \varphi_0}{2\sqrt{\Delta}} \left(\arcsin \frac{\sqrt{2\Delta}\rho}{|a \sin \varphi_0|} - \arcsin \frac{\sqrt{2\Delta}\rho_0}{|a \sin \varphi_0|} \right).$$

Pošto su a i $\sin \varphi_0$ pozitivne veličine, rešavanjem po ρ dobijamo

$$\rho = \frac{a \sin \varphi_0}{\sqrt{2\Delta}} \sin \left(\frac{\sqrt{2\Delta}z}{a \cos \varphi_0} + \alpha \right),$$

gde je

$$\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{2\Delta}\rho_0}{a \sin \varphi_0}.$$

Vidimo da je zaista dobijena periodična funkcija po z , čiji je period

$$T = \frac{\sqrt{2\pi} a \cos \varphi_0}{\sqrt{\Delta}}.$$

Zadatak 3.5 Rastojanje kanala u jednom WDM sistemu prenosa iznosi 500 GHz. Koliko kanala se može koristiti u opsegu talasnih dužina od 1536 nm do 1556 nm?

Traženi broj kanala jednak je količniku širine raspoloživog frekvencijskog opsega i rastojanja kanala, tj.

$$N = \frac{f_2 - f_1}{B_{ch}}.$$

Kako je

$$f = \frac{c}{\lambda},$$

biće

$$N = \frac{\frac{c}{\lambda_2} - \frac{c}{\lambda_1}}{B_{ch}} = \frac{c(\lambda_1 - \lambda_2)}{B_{ch}\lambda_1\lambda_2},$$

odakle se za zadate brojčane podatke dobija $N = 5$.

Zadatak 3.6 Odredite maksimalnu dužinu veze za sledeće optičke sisteme prenosa:

- *Sistem 1*: predajnik emituje signal nivoa 0 dBm; podužno slabljenje vlakna je 3,5 dB/km; osetljivost prijmnika je -50 dBm; slabljenje konektora je po 1 dB.
- *Sistem 2*: predajnik emituje signal nivoa -13 dBm; podužno slabljenje vlakna je 1,5 dB/km; osetljivost prijmnika je -38 dBm; slabljenje konektora je po 1 dB.

U oba slučaja pretpostavite marginu od 6 dB.

Maksimalna dužina veze, kada se u obzir uzima samo slabljenje, određuje se iz nejednakosti koja opisuje budžet linka:

$$p_T - 2a_c - \alpha L - m \geq p_R.$$

Ovde je p_T nivo signala na izlazu predajnika, a_c je slabljenje konektora, α je podužno slabljenje optičkog vlakna, L je dužina vlakna, m margina (rezerva) sistema i p_R osetljivost prijmnika.

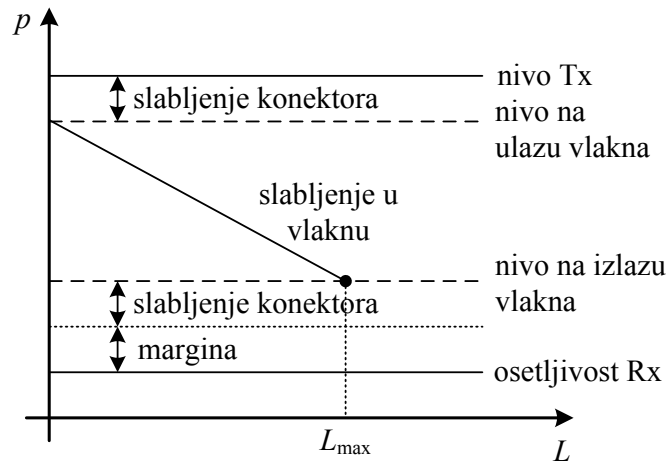
Za sistem 1, tako dobijamo

$$L_{max,1} = 12 \text{ km},$$

dok je za sistem 2

$$L_{max,2} = 11,3 \text{ km}.$$

Osim analitički, budžet linka može se predstaviti i grafički. Ovaj postupak ilustrovan je na slici na narednoj strani.



Slika 3.6: Budžet linka tačka-tačka.

Zadatak 3.7 Optički telekomunikacioni sistem koristi link dužine 50 km. Link je izgrađen od segmenata optičkog vlakna, dužine po 5 km. Slabljenje vlakna je 0,5 dB/km, a permanentni spoj dvaju segmenata („splice“) unosi slabljenje od 0,2 dB. Na krajevima linka nalaze se dva konektora, čije je slabljenje po 1 dB. Ukoliko snaga na prijemu mora iznositi barem 0,003 mW, odredite minimalnu snagu predajnika.



Slika 3.7: Optički link tačka-tačka.

Nejednačina budžeta linka u opštem slučaju glasi

$$p_T - a \geq p_R$$

Minimalni zahtevani nivo signala na prijemu je

$$p_{R, \min} = 10 \log \frac{P_{R, \min}}{1 \text{ mW}} = -25,23 \text{ dBm.}$$

Link se sastoji od 10 deonica sa 9 permanentnih spojeva, a na njegovim krajevima nalaze se i dva konektora. Ukupno slabljenje jednako je zbiru slabljenja kabla, slabljenja permanentnih spojeva i slabljenja konektora,

$$a = L\alpha + 9a_{\text{splice}} + 2a_c = 28,8 \text{ dB.}$$

Minimalno potreban nivo signala na izlazu predajnika odavde je 3,57 dBm, što odgovara snazi od 2,275 mW.

Zadatak 3.8 Nominalno pojačanje optičkog pojačavača je $G_0 = 25$ dB, a nivo saturacije (zasićenja) $p_{sat} = 0$ dBm. Odredite snagu na izlazu ovoga pojačavača, kada je nivo signala na njegovom ulazu $p_{in} = -20$ dBm.

Pojačanje optičkog pojačavača zadovoljava transcendentnu jednačinu

$$G = 1 + \frac{P_{sat}}{P_{in}} \ln \frac{G_0}{G}.$$

Kako je $G_0 = 10^{2,5} = 316,23$, $P_{sat} = 1$ mW i $P_{in} = 0,01$ mW, biće

$$G = 576,65 - 100 \ln G.$$

i	G_i	$\ln G_i$	$576,65 - 100 \ln G_i$
1	150	5,0106	75,586
2	76	4,3307	143,577
3	144	4,9698	79,669
4	80	4,3820	138,447
5	138	4,9273	83,925
6	84	4,4308	133,568
7	130	4,8675	89,8966
8	90	4,4998	126,669
9	125	4,8283	93,818
10	95	4,5539	121,262
11	120	4,7875	97,901
12	100	4,6052	116,133
13	115	4,7449	102,167
14	103	4,6247	113,177
15	110	4,7005	106,602
16	106	4,6634	110,306
17	108	4,6821	108,437

Jednačina je tipa $x = f(x)$, pa ju možemo rešiti postupkom linearne iteracije. Pošto pojačanje pojačavača koji radi u zasićenju može biti samo manje od nominalnog pojačanja, pretpostavićemo da je $G_1 = 150$. Koraci rešavanja prikazani su u tabeli.

Sa zadovoljavajućom tačnošću, možemo usvojiti da je pojačanje posmatranog pojačavača

$$G \approx 108,$$

ili

$$g = 10 \log G = 20,33 \text{ dB}.$$

Snaga signala na izlazu sada je

$$P_{out} = GP_{in} = 1,08 \text{ mW}.$$

Zadatak 3.9 Sistem za prenos signala na veliko rastojanje sastoji se od kaskadno vezanih deonica s EDFA. Svaki pojačavač radi u oblasti zasićenja, tako da nagib krive zavisnosti pojačanja od ulazne snage iznosi $-0,5$. To znači da npr. smanjenju ulazne snage od 6 dB odgovara porast pojačanja od 3 dB. Parametri linka su: nominalno pojačanje $g = 7,1$ dB, nominalna izlazna optička snaga $p_{s,out} = 3$ dBm, nominalna ulazna optička snaga $p_{s,in} = -4,1$ dBm.

- a) Neka u nekoj tački linka dođe do pada nivoa signala za 6 dB. Odredite nivo signala nakon prolaska kroz narednu prvu, drugu, treću i četvrtu pojačavačku deonicu.
- b) Ponovite proračun iz tačke a) za slučaj da pad iznosi 12 dB.

a) Nivo signala na ulazu prvog pojačavača biće za 6 dB manji od nominalnog ulaznog nivoa i iznosiće

$$-4,1 \text{ dBm} - 6 \text{ dB} = -10,1 \text{ dBm}.$$

Usled ovoga, dobitak prvog pojačavača će porasti za 3 dB u odnosu na nominalnu vrednost:

$$7,1 \text{ dB} + 3 \text{ dB} = 10,1 \text{ dB},$$

pa će nivo signala na njegovom izlazu biti

$$-10,1 \text{ dBm} + 10,1 \text{ dB} = 0 \text{ dBm},$$

što je za 3 dB manje od nominalne vrednosti.

Nivo signala na ulazu drugog pojačavača takođe će se smanjiti za 3 dB, pa će iznositi

$$-4,1 \text{ dBm} - 3 \text{ dB} = -7,1 \text{ dBm}.$$

Novi dobitak drugog pojačavača je

$$7,1 \text{ dB} + 1,5 \text{ dB} = 8,6 \text{ dB},$$

pa je nivo signala na njegovom izlazu

$$-7,1 \text{ dBm} + 8,6 \text{ dB} = 1,5 \text{ dBm},$$

što je za 1,5 dB manje od nominalne vrednosti.

Nivo signala na ulazu trećeg pojačavača biće

$$-4,1 \text{ dBm} - 1,5 \text{ dB} = -5,6 \text{ dBm}.$$

Njegov novi dobitak iznosi

$$7,1 \text{ dB} + 0,75 \text{ dB} = 7,85 \text{ dB},$$

pa je nivo signala na njegovom izlazu

$$-5,6 \text{ dBm} + 7,85 \text{ dB} = 2,25 \text{ dBm}$$

i za 0,75 dB je manji od nominalne vrednosti.

Konačno, signal na ulazu četvrtog pojačavača je nivoa

$$-4,1 \text{ dBm} - 0,75 \text{ dB} = -4,85 \text{ dBm}.$$

Novi dobitak ovog pojačavača je

$$7,1 \text{ dB} + 0,375 \text{ dB} = 7,475 \text{ dB}.$$

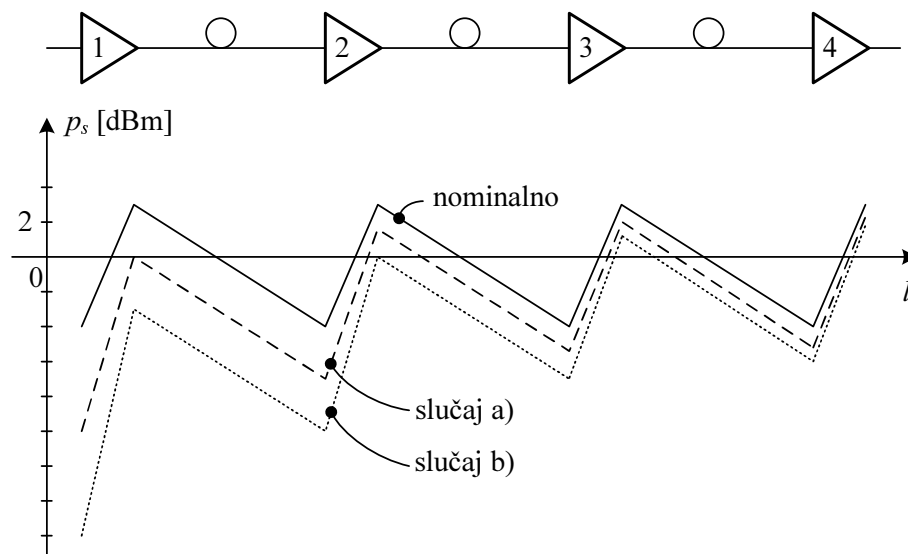
Nivo signala na izlazu je

$$-4,85 \text{ dBm} + 7,475 \text{ dB} = 2,625 \text{ dBm}$$

i za svega 0,375 dB je manji od nominalne vrednosti.

b) Ponavljanjem postupka iz tačke a), dobijamo da nivo signala na izlazu četvrtog pojačavača iznosi 2,25 dBm, što je za 0,75 dB manje od nominalne vrednosti.

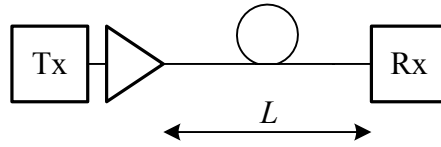
Nivoi signala za razmatrane slučajeve ilustrovani su na slici. S nje vidimo da je, zbog nelinearnosti karakteristike pojačavača, sistem u stanju da se oporavi od pada nivoa signala.



Slika 3.9: Dijagram nivoa signala.

Zadatak 3.10 Na jednom telekomunikacionom optičkom linku, koristi se poluprovodnički optički pojačavač u konfiguraciji „*booster*” pojačavača. Nivo signala na izlazu predajnika je -5 dBm. Slabljenje signala od predajnika do pojačavača iznosi 2 dB. Nominalno pojačanje pojačavača iznosi 20 dB, a njegova saturaciona snaga je 1 mW. Podužno slabljenje vlakna je 0,6 dB/km, dok ostala slabljenja na linku (konektori, permanentni spojevi, sprega) i rezerva iznose ukupno 5 dB. Minimalan zahtevani nivo signala na ulazu prijemnika je -35 dBm. Odredite maksimalnu dužinu linka, L , pri kojoj ovaj sistem prenosa ispravno radi.

Nivo signala na ulazu pojačavača je -7 dBm, pa je odgovarajuća snaga



Slika 3.10: Pojačavač u „booster” konfiguraciji.

$P_{in} = 0,2$ mW. Pojačanje pojačavača zadovoljava transcendentnu jednačinu

$$G = 1 + \frac{P_{sat}}{P_{in}} \ln \frac{G_0}{G}.$$

Po postavci zadatka je $P_{sat} = 1$ mW i $10 \log G_0 = 20$ dB, pa je

$$G = 1 + 5 \ln \frac{100}{G}.$$

Ovu jednačinu ćemo rešiti numerički. Definišimo funkciju

$$f(G) = 1 + 5 \ln \frac{100}{G} - G.$$

Tada je

$$f'(G) = -1 - \frac{5}{G}$$

i

$$f''(G) = \frac{5}{G^2}.$$

Polaznu jednačinu sada rešavamo iterativno:

$$G_{n+1} = G_n - \frac{f(G_n)}{f'(G_n)}.$$

Da bi iterativni proces konvergirao, početnu tačku biramo na sledeći način:

(1) nalazimo interval $[a, b]$ za koji važi

$$f(a)f(b) < 0,$$

$$f'(G) \neq 0, \forall G \in [a, b],$$

$$f''(G) \text{ ne menja znak na } [a, b];$$

(2) biramo tačku $G_0 \in [a, b]$ za koju važi

$$f(G_0)f''(G_0) > 0.$$

n	G_n	$f(G_n)$	$f'(G_n)$
0	10	2,513	-1,500
1	11,675	0,064	-1,428
2	11,720	$6,33 \cdot 10^{-4}$	-1,427
3	11,720	—	—

Ove uslove zadovoljava interval [9, 12]. Usvajamo vrednost početne tačke $G_0 = 10$. Koraci iterativnog algoritma prikazani su u gornjoj tabeli.

Sa zadovoljavajućom tačnošću, možemo usvojiti rešenje $G = 11,72$.

Snaga signala na ulazu vlakna sada je 2,344 mW i njoj odgovara nivo od 3,7 dBm. Uzevši u obzir i slabljenja u sistemu, nivo signala na izlazu vlakna je

$$p_{out} = p_{in} - \alpha L - a.$$

Da bi bio zadovoljen budžet linka, u obzir treba da uzmemo i zahtevanu marginu, pa je

$$p_{out} - m \geq p_R.$$

Odavde dobijamo da maksimalno slabljenje vlakna iznosi 33,7 dB, odakle se konačno dobija maksimalna dužina linka

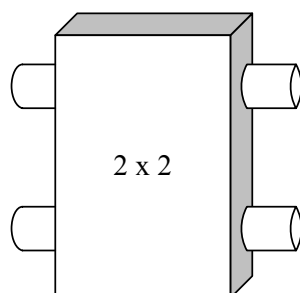
$$L_{max} = 56,17 \text{ km.}$$

Zadatak 3.11 Slabljenja na ulazu jednog monomodnog bikonusnog optičkog spreznjaka 2×2 , s odnosom sprege 40/60 iznose 2,7 dB za liniju sa 60% i 4,7 dB za liniju s 40% sprege.

- Ako je ulazna snaga $P_{in} = 0,2$ mW, odredite snage na izlazima, $P_{out,1}$ i $P_{out,2}$.
- Odredite unutrašnje slabljenje spreznjaka.
- Proverite je li odnos sprege zaista 40:60.

a) Slabljenje na ulazu od i -tog ulaza do j -tog izlaza spreznjaka definiše se po obrascu

$$a_I(i, j) = 10 \log \frac{P_{in,i}}{P_{out,j}}.$$



Slika 3.11: Optički sprežnjak.

Odavde je snaga signala na j -tom izlazu

$$P_{out,j} = P_{in,i} 10^{-a_I(i,j)/10}.$$

Za zadate numeričke vrednosti, dobijamo

$$P_{out,1} = 1,074 \cdot 10^{-4} \text{ W}$$

i

$$P_{out,2} = 6,777 \cdot 10^{-5} \text{ W}.$$

b) Unutrašnje slabljenje sprežnjaka predstavlja odnos ulazne snage i ukupne snage na izlazima:

$$a_e = 10 \log \frac{P_{in}}{P_{out,1} + P_{out,2}}.$$

Za sprežnjak iz zadatka, ono približno iznosi 0,58 dB.

c) Za prvi izlaz je

$$10 \log \frac{P_{out,1}}{P_{out,1} + P_{out,2}} \approx 61\%,$$

a za drugi

$$10 \log \frac{P_{out,2}}{P_{out,1} + P_{out,2}} \approx 39\%,$$

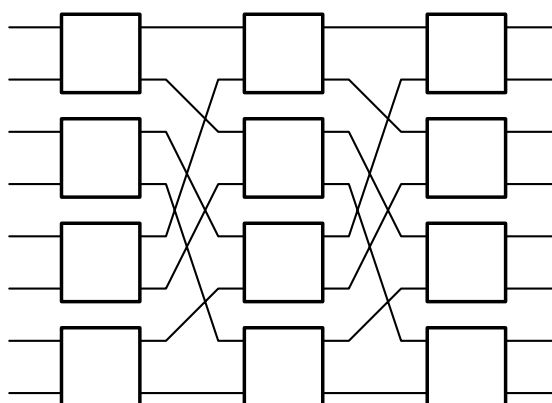
što odgovara postavci zadatka.

Zadatak 3.12 Korišćenjem minimalno potrebnog broja trodecibelskih optičkih sprežnjaka 2×2 , konstruišite sprežnjak 8×8 . Ako unutrašnje slabljenje svakog sprežnjaka 2×2 iznosi 0,25 dB, odredite ukupno slabljenje sprežnjaka 8×8 , od ulaza do izlaza.

Sprežnjak 8×8 ima:

- $N = 8$ ulaza/izlaza,
- $n = \log_2 N = 3$ kaskade,
- u svakoj kaskadi po $N/2 = 4$ bloka.

Šema ovoga sprežnjaka data je na narednoj slici.



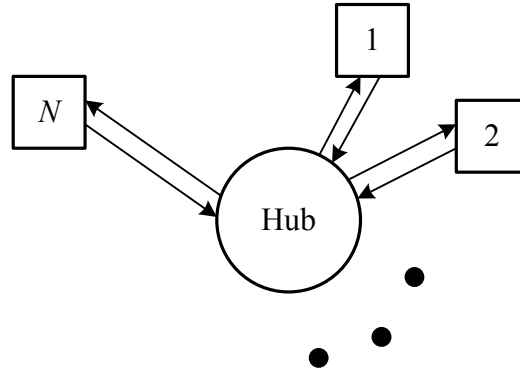
Slika 3.12: Optički sprežnjak 8×8 .

Unutrašnje slabljenje sprežnjaka predstavlja decibelski odnos snage na jednom od ulaza i zbira snaga na izlazima. Za tzv. trodecibelske sprežnjake 2×2 , snage na izlazima međusobno su jednake. To znači da se od raspoložive snage (nakon umanjenja za unutrašnje slabljenje), po polovina distribuira na svaki od izlaza. Ukupno slabljenje svakog gradivnog bloka 2×2 stoga iznosi 3,25 dB.

Na putanji od bilo kog ulaznog porta do bilo kog izlaznog, signal prolazi kroz tri sprežnjaka 2×2 . Ukupno slabljenje jednako je zbiru slabljenja u svakom od njih i iznosi 9,75 dB.

Zadatak 3.13 U optičkoj mreži s topologijom zvezde, koriste se izvori koji vlaknu predaju signal nivoa -1 dBm. Podužno slabljenje vlakna je 0,7 dB/km. Linkovi su jednake dužine, po 1,5 km. Osetljivost prijelnika je -32 dBm. Slabljenje konektora kojima se vlakna povezuju na stanice iznosi 0,5 dB. Kao stožer (*hub*) koristi se pasivni zvezdasti sprežnjak, izgrađen od minimalno potrebnog broja simetričnih trodecibelskih sprežnjaka 2×2 ,

unutrašnjeg slabljenja 0,1 dB. Optička vlakna se na sprežnjak povezuju permanentnim spojevima čije se slabljenje može zanemariti.



Slika 3.13: Optička mreža s topologijom zvezde.

- a) Odredite maksimalan broj stanica u ovoj mreži. Na svakoj trasi predajnik – prijemnik predvidite rezervu od 5 dB.
- b) Ako su sve veze unidirekzione, odredite utrošak optičkog vlakna.
- a) Za svaki par stanica koje komuniciraju u ovoj mreži, budžet linka je

$$p_T - 2\alpha L - 2a_c - a_{hub} - m \geq p_R,$$

gde je p_T nivo signala koji se predaje vlaknu, α podužno slabljenje vlakna, L dužina linka, a_c slabljenje konektora, a_{hub} slabljenje sprežnjaka, m rezerva i p_R osetljivost prijemnika. Odavde dobijamo uslov

$$a_{hub} \leq 22,9 \text{ dB.}$$

Mrežni sprežnjak je izgrađen od blokova 2×2 . To znači da on ima $n = \log_2 N$ kaskada, gde je N broj ulaza/izlaza. Slabljenje signala u svakoj kaskadi iznosi $3 \text{ dB} + 0,1 \text{ dB} = 3,1 \text{ dB}$, jer signal u svakom gradivnom elementu trpi slabljenje sprege (3 dB) i unutrašnje slabljenje elementa (0,1 dB). Ukupno slabljenje sprežnjaka stoga je

$$a_{hub} = (\log_2 N) \cdot 3,1 \text{ dB.}$$

Odavde dobijamo

$$N \leq 167,39.$$

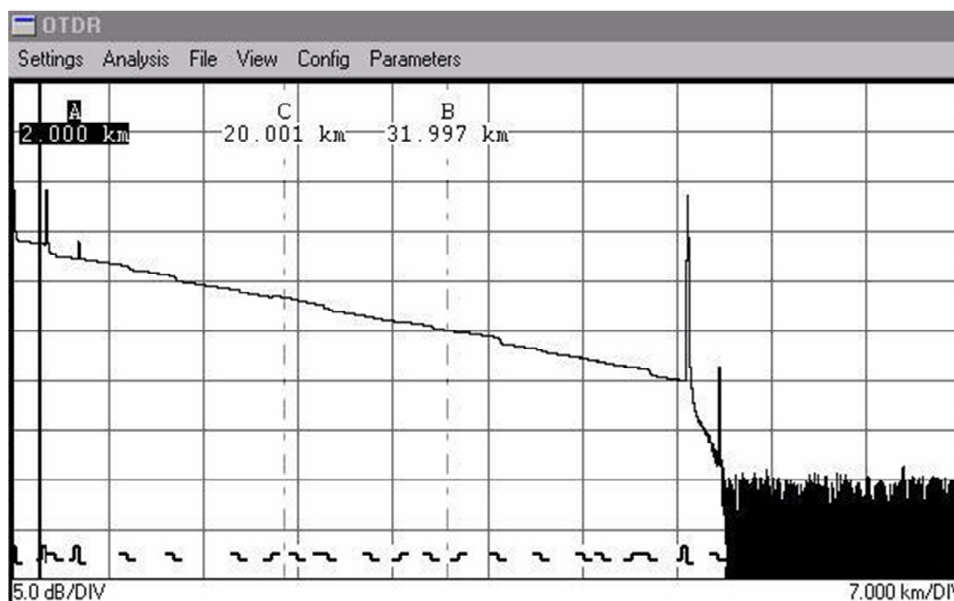
Pošto broj ulaza/izlaza ovakvog sprežnjaka mora biti stepen broja dva, usvajamo vrednost

$$N_{max} = 128.$$

b) Na svakom linku se koriste po dva vlakna, jer su veze unidirekzione. Potrebna ukupna dužina optičkog vlakna stoga je

$$L_{uk} = 2N_{max}L = 384 \text{ km.}$$

Zadatak 3.14 Na slici je dat izgled displeja OTDR uređaja.



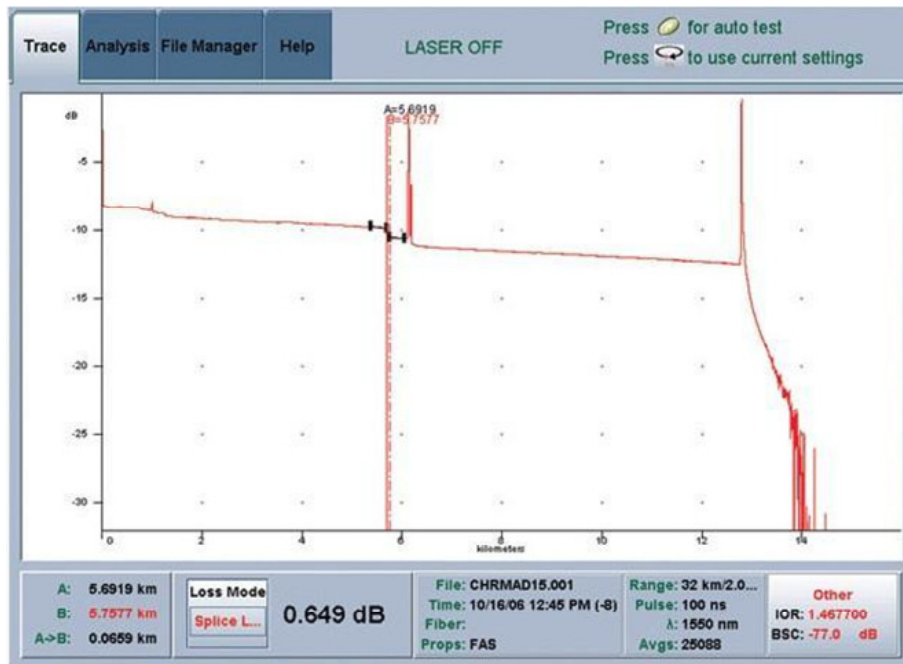
Slika 3.14: Izgled displeja.

Odredite slabljenje signala između markera A – C i C – B.

Sa slike vidimo da je vertikalni razmer 5 dB po podeljku. Očitavanjem dobijamo da nivo signala između markera A i C opadne za oko 1 podeljak, a između C i B za 0,7 podeljaka. To znači da slabljenje između markera A i C iznosi 5 dB, a između C i B 3,5 dB.

Zadatak 3.15 Na slici je dat izgled displeja OTDR uređaja.

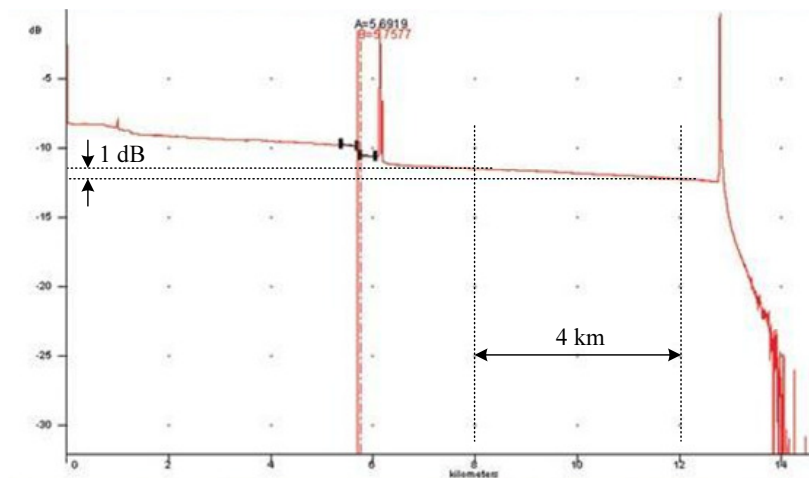
- Odredite podužno slabljenje upotrebljenog optičkog vlakna.
- Objasnite pik na desnom delu dijagrama, posle koga sledi nagli pad nivoa signala.



Slika 3.15: Izgled displeja.

a) Da bismo odredili podužno slabljenje vlakna, uočićemo region koji ne sadrži događaje. Unutar toga regiona, nivo signala će linearno opadati s nagibom koji je jednak podužnom slabljenju vlakna.

U primeru iz zadatka, uočili smo segment čija je dužina 4 km i koji unosi

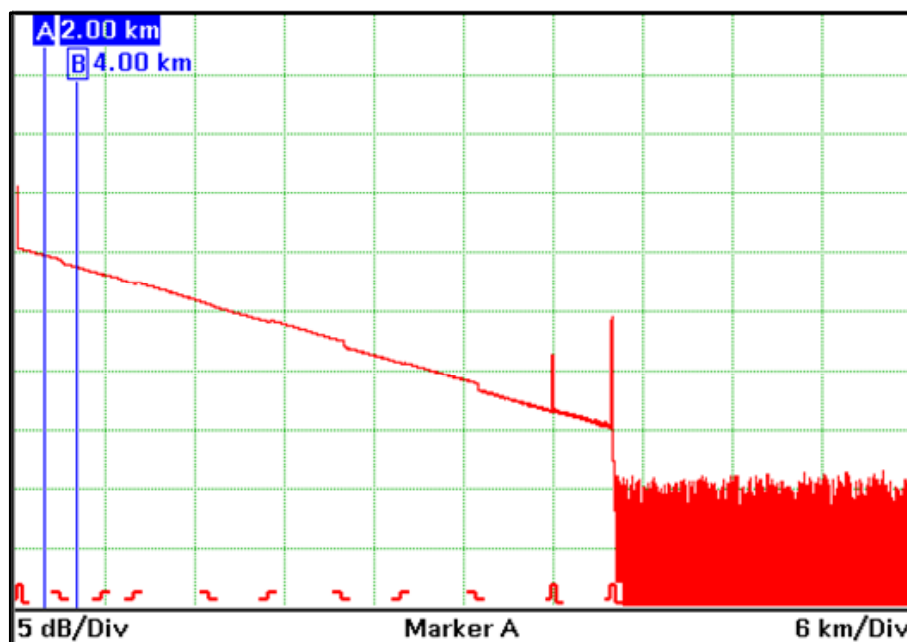


Očitavanje podužnog slabljenja vlakna.

slabljenje od 1 dB. To znači da je podužno slabljenje upotrebljenog optičkog vlakna 0,25 dB/km.

b) Pik na kraju dijagrama izazvan je refleksijom signala o završni konektor.

Zadatak 3.16 Na slici je dat izgled displeja OTDR uređaja.

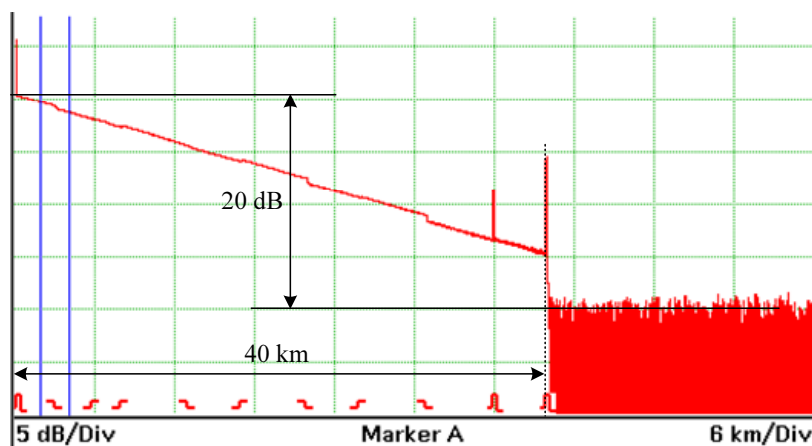


Slika 3.16: Izgled displeja.

- Odredite dinamički opseg signala.
- Odredite dužinu linka.

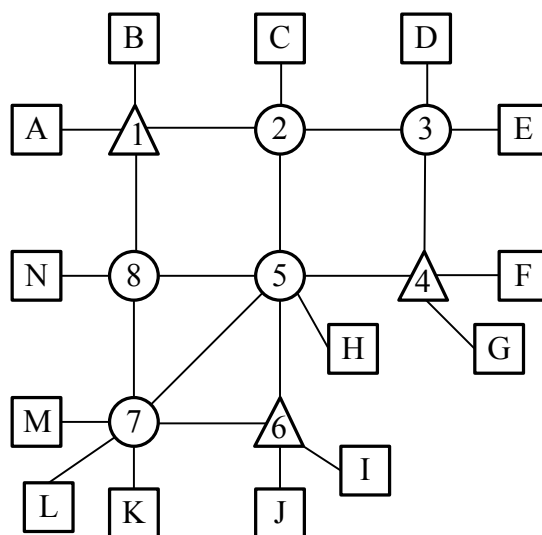
Tražena očitavanja ilustrovana su na slici na narednoj strani.

- Dinamički opseg signala predstavlja razliku nivoa signala na ulazu linka i nivoa šuma na izlazu. U merenju sa slike, on iznosi 20 dB.
- Očitavanjem sa slike, dobijamo da je dužina vlakna 40 km. Dužina vlakna je za oko 1% veća od dužine kabla (linka), pa dužina linka iznosi 39,6 km.



Očitavanje dinamičkog opsega i dužine linka.

Zadatak 3.17 U WDM mreži sa slike, primopredajne stanice su označene kvadratićima, čvorovi koji sadrže samo bidirekzione optičke komutatore trouglicima, dok su čvorovi koji sadrže i bidirekzione optičke komutatore i konvertore talasnih dužina označeni kružićima. Stanice imaju podešljive optičke predajnike i prijemnike i mogu koristiti sve talasne dužine koje su na raspolaganju u mreži.

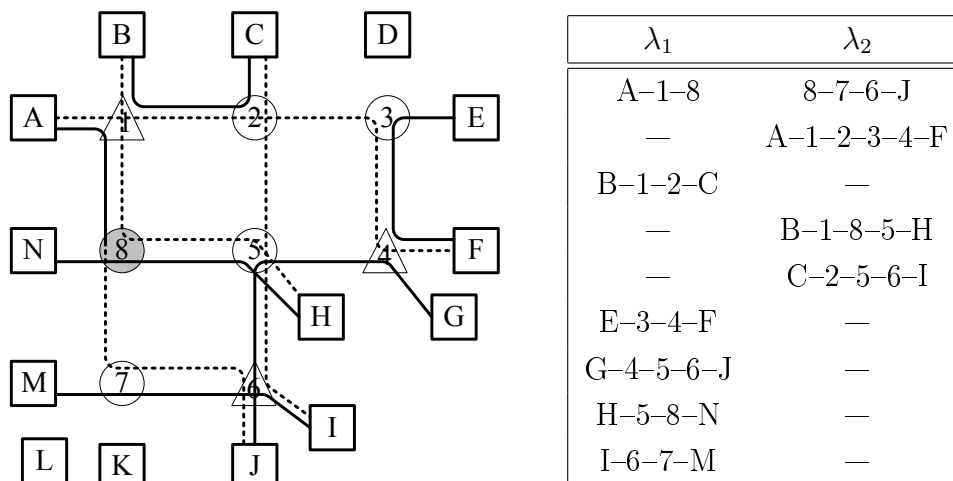


Slika 3.17: WDM mreža.

Koristeći dve talasne dužine, uspostavite naredne veze: A – J, A – F, B – C, B – H, C – I, E – F, G – J, H – N, I – M.

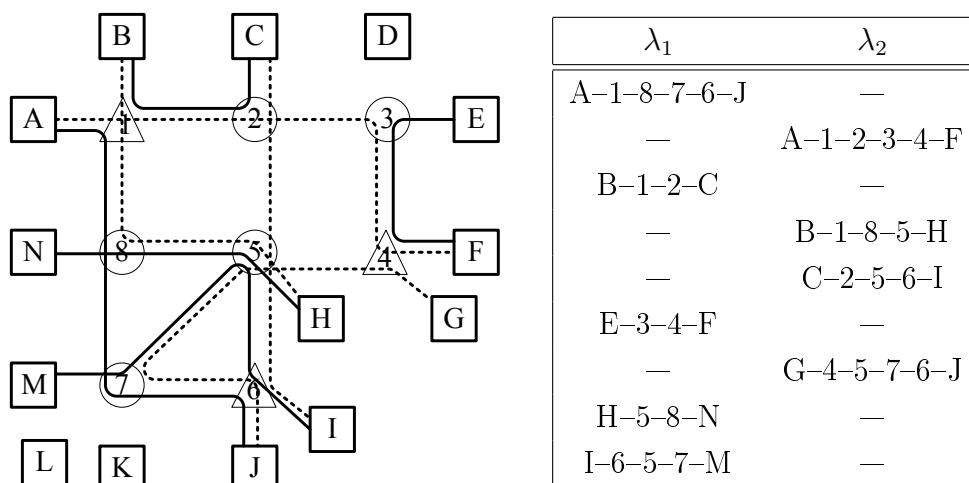
Naznačite u kojim je čvorovima neophodna konverzija talasne dužine.

Jedna mogućnost za uspostavljanje traženih veza prikazana je na narednoj slici. Čvor u kome dolazi do konverzije talasne dužine označen je sivom bojom. Detaljan prikaz uspostavljanja veza dat je u tablici.



Rešenje s jednom konverzijom talasne dužine.

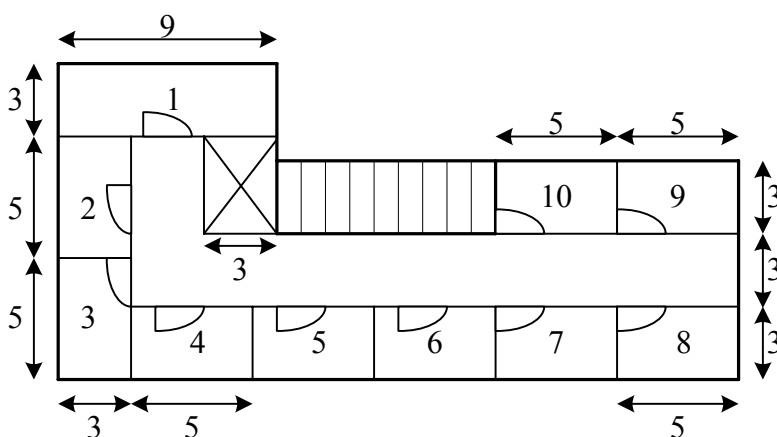
U prikazanom rešenju, koristi se jedna konverzija talasne dužine. Moguće je i rešenje u kome uopšte nema konverzije talasne dužine. Ono je predstavljeno na sledećoj slici.



Rešenje bez konverzije talasne dužine.

Upoređujući ova dva postupka rutiranja, zaključujemo da je prvi bolji, jer, iako se u njemu primenjuje konverzija talasne dužine, koristi se manje komutacija i manje je zauzimanje spojnih puteva u mreži.

Zadatak 3.18 Dat je tlocrt sprata poslovne zgrade na kome treba izvesti razvod zvezdaste optičke mreže, po principu FTTD (*Fiber to the Desk*). Sve dimenzije date su u metrima.

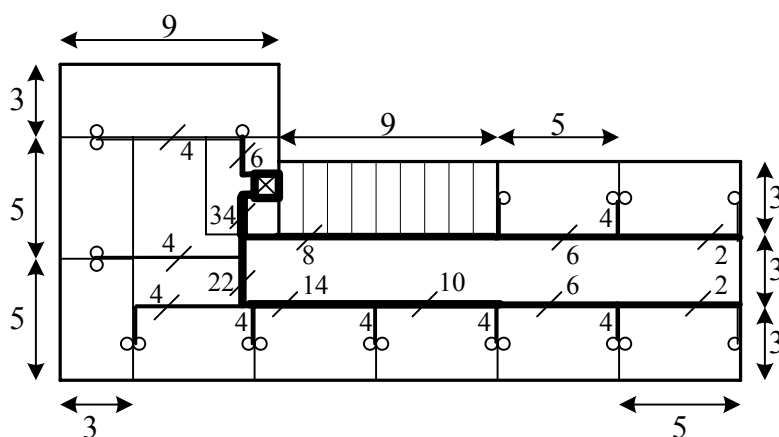


Slika 3.18: Tlocrt sprata.

Tehnička soba, u kojoj treba smestiti mrežnu opremu, označena je simbolom „×”. Optičke veze su unidirekzione. U sobama 1–10 treba postaviti po dve mrežne utičnice, po jednu na svakom pregradnom zidu. Razvod je potrebno izvesti kroz spuštenu plafon i zidove. Visina spuštenog plafona je 2,10 m, a utičnice se postavljaju na visini 0,50 m od poda. Nacrtajte predlog razvoda i izračunajte utrošak optičkog vlakna.

Razvod mreže treba da bude ekonomičan i fleksibilan. Ekonomičnost pri tome podrazumeva što manji utrošak materijala (kablova, instalacionog materijala i kablovske galanterije), kao i što manji obim zanatskih radova (građevinskih i instalaterskih). Fleksibilnost podrazumeva mogućnost jednostavnog održavanja mreže (npr. lociranja i servisiranja kvara), rekonfigurisanja (npr. izmeštanja utičnica u slučaju promene namene prostorija) i proširivanja mreže.

Jedan predlog razvoda koji zadovoljava ove uslove dat je na sledećoj slici.



Predlog razvoda FTTD mreže.

Veze su unidirekzione, pa do svake utičnice idu po dva optička vlakna, jedno za predaju i jedno za prijem. U tehničku sobu stoga ulazi ukupno 40 optičkih vlakana, jer treba opslužiti 20 utičnica.

Izračunajmo prvo potrebnu dužinu vlakana kroz spuštenu plafon:

- U tehničkoj sobi je za svako vlakno potrebno $2 + 1,5 \text{ m} = 3,5 \text{ m}$, što daje ukupno 140 m vlakna.
- Za utičnice na zidu između prve i druge sobe treba $2 \cdot 2 \cdot 6 \text{ m} = 24 \text{ m}$ vlakna.
- Za utičnice na zidu između druge i treće sobe potrebno je $2 \cdot 2 \cdot (1,5 \text{ m} + 3 \text{ m} + 1,5 \text{ m} + 1 \text{ m}) = 28 \text{ m}$ vlakna.
- Za utičnice na zidu između treće i četvrte sobe treba $2 \cdot 2 \cdot (1,5 \text{ m} + 4,5 \text{ m} + 3 \text{ m}) = 36 \text{ m}$ vlakna.
- Za utičnice na zidu između četvrte i pete sobe treba $2 \cdot 2 \cdot (1,5 \text{ m} + 0,5 \text{ m} + 3 \text{ m}) = 20 \text{ m}$ vlakna.
- Za utičnice na zidu između pete i šeste sobe treba $2 \cdot 2 \cdot (1,5 \text{ m} + 5 \text{ m} + 0,5 \text{ m} + 3 \text{ m}) = 40 \text{ m}$ vlakna.
- Za utičnice na zidu između šeste i sedme sobe treba $2 \cdot 2 \cdot (1,5 \text{ m} + 10 \text{ m} + 0,5 \text{ m} + 3 \text{ m}) = 60 \text{ m}$ vlakna.
- Za utičnice na zidu između sedme i osme sobe treba $2 \cdot 2 \cdot (1,5 \text{ m} + 15 \text{ m} + 0,5 \text{ m} + 3 \text{ m}) = 80 \text{ m}$ vlakna.

- Za preostalu utičnicu u osmoj sobi treba $2 \cdot (1,5 \text{ m} + 20 \text{ m} + 0,5 \text{ m} + 3 \text{ m}) = 50 \text{ m}$ vlakna.
- Za jednu utičnicu u devetoj sobi treba $2 \cdot (1,5 \text{ m} + 10 \text{ m} + 9 \text{ m} + 1,5 \text{ m}) = 44 \text{ m}$ vlakna.
- Za utičnice na zidu između devete i desete sobe treba $2 \cdot 2 \cdot (1,5 \text{ m} + 5 \text{ m} + 9 \text{ m} + 1,5 \text{ m}) = 68 \text{ m}$ vlakna.
- Za preostalu utičnicu u desetoj sobi treba $2 \cdot (1,5 \text{ m} + 9 \text{ m} + 1,5 \text{ m}) = 24 \text{ m}$ vlakna.

Za razvod po plafonu, stoga ukupno treba 614 m vlakna.

Od plafona do utičnog mesta treba još 1,6 m vlakna. Ista dužina potrebna je i u tehničkoj sobi. Za vertikalni razvod, prema tome, ukupno treba 128 m vlakna.

Ukupna potrebna dužina optičkog vlakna sada iznosi 742 m. U realnom slučaju, ostavljamo rezervu od npr. 10%, pa je ukupna dužina potrebnog optičkog vlakna oko 816 m.

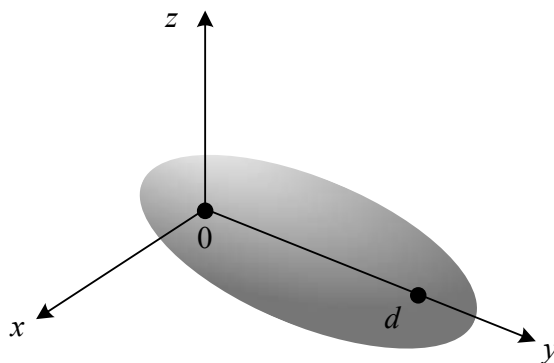
U praksi, pri nabavci potrebne količine vlakna, trebalo bi voditi računa i o tome kolika je fabrička dužina vlakna na jednome koturu. Naime, komadi vlakna se najčešće unutar objekta ne spajaju u cilju produžavanja, već se svaka veza realizuje jednim komadom vlakna. Zadatak projektanta je da u tom slučaju optimizuje iskorišćenost kotura, kako bi se smanjila količina neupotrebljivih ostataka.

4. Radiorelejni i satelitski sistemi

Zadatak 4.1 Predajna antena jednog mikrotalasnog radiorelejnog linka nalazi se u koordinatom početku, a prijemna u tački $(0, d, 0)$ pravougaonog koordinatnog sistema. Ako je radna talasna dužina $\lambda = 10$ cm i $d = 15$ km, odredite jednačinu oblasti koja pripada prvoj Fresnelovoj zoni.

Prema oznakama sa slike, prvoj Fresnelovoj zoni pripadaju sve tačke za koje važi

$$\left(\frac{x}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{y - d/2}{\beta}\right)^2 + \left(\frac{z}{\gamma}\right)^2 \leq 1.$$



Slika 4.1: *Elipsoid koji ograničava prvu Fresnelovu zonu.*

Zbog simetrije je $\alpha = \gamma$, gde je γ maksimalana poluširina prve Fresnelove zone, pa je

$$\alpha \text{ [m]} = 8,67 \sqrt{\frac{d \text{ [km]}}{f \text{ [GHz]}}}.$$

Kako je $f = c/\lambda$, dobijamo

$$\alpha = \gamma = 19,4 \text{ m.}$$

Iz osobina elipse je

$$\beta = \sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \approx 7,5 \text{ km.}$$

Konačno, tražena oblast data je nejednačinom

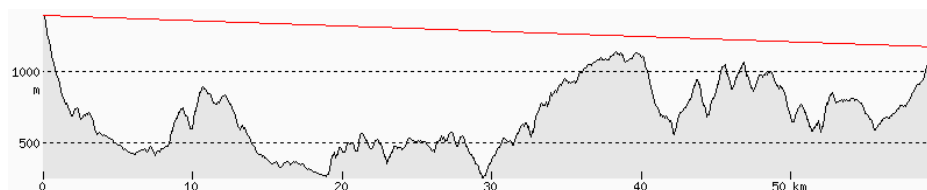
$$\left(\frac{x}{19,4 \text{ m}}\right)^2 + \left(\frac{y - 7,5 \text{ km}}{7,5 \text{ km}}\right)^2 + \left(\frac{z}{19,4 \text{ m}}\right)^2 \leq 1.$$

Zadatak 4.2 Ispitajte nalaze li se prepreke unutar prve Fresnelove zone radiorelejnog linka koji radi na frekvenciji od 4 GHz i čija je trasa označena na topografskoj karti.



Slika 4.2: Trasa radiorelejnog linka.

Prvi korak u rešavanju zadatka bio bi da sa karte što preciznije očitamo nadmorske visine tačaka duž trase; predstavimo li ove podatke grafički, dobili bismo profil terena. Umesto da to radimo ručno, poslužićemo se slobodnim softverskim alatom HeyWhatsThat (<http://www.heywhatsthat.com/profiler.html>) i dobiti rezultat prikazan na narednoj slici.

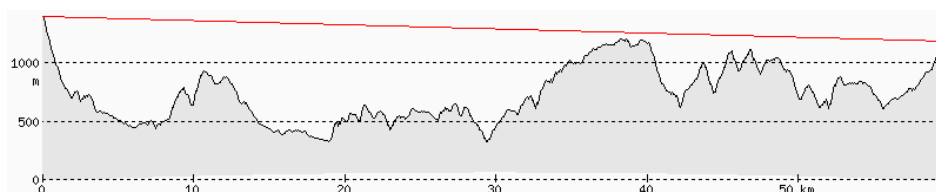


Profil terena.

Sledeći korak podrazumeva korekciju stvarnog profila terena da bi se u obzir uzelo povijanje elektromagnetskih talasa pri prostiranju kroz atmosferu. Za tačku na trasi koja se nalazi na rastojanju d_1 od predajnika i d_2 od prijemnika, stvarnu visinu treba uvećati za

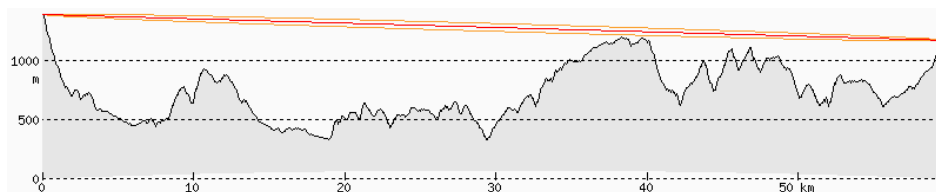
$$\Delta h = \frac{d_1 d_2}{2kR_Z},$$

gde je $k = 4/3$ i $R_Z = 6378$ km poluprečnik Zemlje.



Korigovani profil terena.

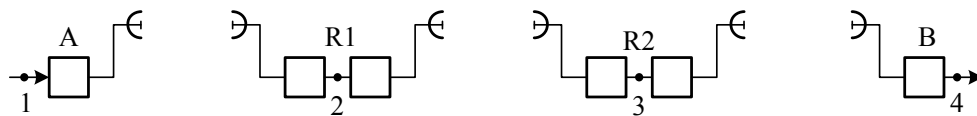
Na korigovanom profilu terena potom ćemo ucrtati elipsu koja odgovara uzdužnom preseku prve Fresnelove zone. Žiže ove elipse su u tačkama predajne i prijemne antene, a njena mala poluosa jednaka je maksimalnoj poluširini prve Fresnelove zone na radnoj frekvenciji linka.



Korigovani profil terena s ucrtanim presekom prve Fresnelove zone.

Sa slike vidimo da se u ovom slučaju unutar prve Fresnelove zone ne nalaze prepreke.

Zadatak 4.3 Usmerena radiorelejna veza sastoji se od krajnjih stanica A i B i relejnih stanica R1 i R2. Nivoi signala u tačkama 1, 2, 3 i 4 su jednaki i iznose 0 dBm. Izmerene vrednosti odnosa signal-šum na pojedinim deonicama su 73 dB (A–R1), 76 dB (R1–R2) i 69 dB (R2–B). Odredite odnos signal-šum na izlazu veze, u tački 4.



Slika 4.3: Radiorelejna veza.

Snaga signala u tačkama 2, 3 i 4 je $S = 1$ mW, jer je njegov nivo 0 dBm.

Odnos signal-šum na prvoj deonici je

$$10 \log \frac{S}{N_2} = 73 \text{ dB},$$

pa je snaga šuma u tački 2

$$N_2 = 50 \text{ pW}.$$

Na sličan način, dobijamo da je snaga šuma u tački 3, koji potiče od deonice R1–R2

$$N_3 = 25 \text{ pW},$$

dok je snaga šuma u tački 4, koji potiče od deonice R2–B

$$N_4 = 125 \text{ pW}.$$

Ukupna snaga šuma u tački 4 je

$$N_{out} = N_2 + N_3 + N_4 = 200 \text{ pW},$$

pa je odnos signal-šum na izlazu

$$10 \log \frac{S}{N_{out}} = 67 \text{ dB}.$$

Zadatak 4.4 STM-4 signal se prenosi mikrotalasnim linkom „tačka-tačka” na rastojanje $d = 75$ km. Snaga predajnika je $P_T = 1$ W, a dobitak predajne antene $[G_T] = 25$ dBi. Primenjena je 16-QAM, pri čemu je frekvencija nosioca $f_0 = 6,5$ GHz. Temperatura šuma prijemnika je $T = 500$ K. Zahteva se da verovatnoća greške na prijemu ne bude veća od 10^{-10} . Pod pretpostavkom da se unutar prve Fresnelove zone ne nalaze prepreke, odredite:

- zahtevanu vrednost odnosa $[C/T]$ na prijemu i
- poluprečnik prijemne parabolične antene.

Predvidite rezervu od 6 dB.

Počnimo rešavanje zadatka tako što ćemo se podsetiti da protok signala STM-4 iznosi

$$V_b = 622 \text{ Mb/s.}$$

a) Verovatnoća pogrešnog prijema bita pri prenosu signala postupkom M-QAM data je sledećim izrazom:

$$P_e = \frac{2}{\log_2 M} \frac{\sqrt{M} - 1}{\sqrt{M}} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{3E_{sr}}{2(M-1)p_N}}.$$

U slučaju iz zadatka je $M = 16$ i važi

$$P_e = \frac{3}{8} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{E_{sr}}{10p_N}} \leq 10^{-10}.$$

Očitavanjem iz tablica vrednosti komplementarne funkcije greške, ili numeričkim rešavanjem, uz korišćenje neke od njenih aproksimacija, dobijamo da mora važiti

$$\left(\frac{E_{sr}}{p_N} \right)_{min} = 209,1.$$

Stoga je

$$\left[\frac{E_{sr}}{p_N} \right]_{min} = 10 \log \left(\frac{E_{sr}}{p_N} \right)_{min} = 23,2 \text{ dB.}$$

Uz uračunavanje rezerve, dobijamo da na prijemu mora važiti

$$\left[\frac{E_{sr}}{p_N} \right] = \left[\frac{E_{sr}}{p_N} \right]_{min} + m = 29,2 \text{ dB.}$$

Odnos snage signala i temperature šuma je

$$\frac{C}{T} = \frac{E_{sr}}{p_N} \frac{V_b}{\log_2 M} k_B,$$

gde je $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K Boltzmannova konstanta. Stoga je

$$\left[\frac{C}{T} \right] = \left[\frac{E_{sr}}{p_N} \right] + 10 \log \frac{V_b}{\log_2 M \cdot 1 \text{ b/s}} + 10 \log \frac{k_B}{1 \text{ J/K}}.$$

Odavde se dobija

$$\left[\frac{C}{T} \right] = -117,5 \text{ dBWK}^{-1}.$$

Potreban nivo signala na prijemu je

$$[C] = \left[\frac{C}{T} \right] + 10 \log \frac{T}{1 \text{ K}} = -90,5 \text{ dBW}.$$

b) Iz budžeta posmatranog linka, nivo signala na prijemu je

$$[C] = 10 \log \frac{P_T}{1 \text{ W}} + [G_T] + [G_R] - 92,4 \text{ dB} - 20 \log \frac{d}{1 \text{ km}} - 20 \log \frac{f}{1 \text{ GHz}}.$$

Odavde se dobija potreban dobitak prijemne antene

$$[G_R] = 30,7 \text{ dBi}.$$

Kako je dobitak paraboličnog radijatora poluprečnika r dat izrazom

$$[G] = 18 \text{ dB} + 20 \log \frac{f}{1 \text{ GHz}} + 20 \log \frac{2r}{1 \text{ m}},$$

potreban poluprečnik prijemne antene biće

$$r = 33 \text{ cm}.$$

Zadatak 4.5 Signali iz 600 telefonskih kanala obrazuju multipleks po principu AM-1BO i frekvencijske raspodele. Multipleksni signal se potom prenosi radiorelejnou vezom, postupkom frekvencijske modulacije, pri čemu je frekvencija nosioca $f_0 = 4$ GHz. Veza se sastoji od dveju deonica, dužine po 60 km. Ako je snaga predajnika $P_T = 5$ W, faktor šuma prijemnika $F = 25$, maksimalna devijacija frekvencije u najvišem kanalu $\Delta f_0 = 458$ kHz, frekvencija transpozicije najvišeg kanala u osnovnom opsegu $f_{ch} = 2540$ kHz i dobici predajne i prijemne antene po 39 dBi, odredite odnos signal-sopstveni šum u najvišem kanalu na izlazu veze.

Odnos signal-šum kod frekvencijske modulacije dat je izrazom

$$\frac{S}{N} = \frac{P_R(\Delta f_0)^2}{2FkT_0 \int_{f_1}^{f_2} f^2 df}.$$

Pošto je frekvencija transpozicije najvišeg telefonskog kanala u osnovnom opsegu, f_{ch} , mnogo veća od širine kanala, B_{ch} , možemo primeniti aproksimaciju

$$\int_{f_1}^{f_2} f^2 df \approx B_{ch} f_{ch}^2.$$

Izraz za odnos signal-šum tada postaje

$$\frac{S}{N} \approx \frac{P_R(\Delta f_0)^2}{2FkT_0 B_{ch} f_{ch}^2}.$$

Slabljenje jedne deonice je

$$a = 92,4 \text{ dB} + 20 \log \frac{d}{1 \text{ km}} + 20 \log \frac{f}{1 \text{ GHz}} = 140 \text{ dB}.$$

Nivo signala na prijemu je

$$p_R = 10 \log \frac{P_T}{1 \text{ W}} + 2g - a = -55 \text{ dBW}.$$

Odnos signal-šum na izlazu jedne deonice stoga je

$$10 \log \frac{S}{N} = p_R + 10 \log \frac{(\Delta f_0)^2 \cdot 1 \text{ W}}{2FkT_0 B_{ch} f_{ch}^2}$$

i iznosi 81 dB. Pošto su deonice jednake, odnos signal-šum na izlazu veze biće manji za 3 dB, pa je

$$10 \log \left(\frac{S}{N} \right)_{out} = 78 \text{ dB}.$$

Zadatak 4.6 Odredite parametre geostacionarne satelitske orbite. Poznato je:

- trajanje Sunčevog dana 23 h 56 min 4 s,
- masa Zemlje $M = 5,974 \cdot 10^{24}$ kg,
- univerzalna gravitaciona konstanta $\gamma = 6,672 \cdot 10^{-11}$ m³/(kg · s²).

Geostacionarna orbita je kružna orbita, u ekvatorijalnoj ravni. To znači da su njen ekscentricitet i inklinacija jednaki nuli,

$$e = 0, \quad i = 0^\circ,$$

a period obrtanja satelita jednak je trajanju Sunčevog dana,

$$T = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s.}$$

Poluprečnik geostacionarne orbite odredićemo iz trećeg Newtonovog zakona. Gravitaciona sila kojom Zemlja privlači satelit uravnotežena je centrifugalnom silom usled obrtanja satelita oko Zemlje,

$$\gamma \frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}.$$

Pošto je

$$v = \frac{2\pi r}{T},$$

biće

$$r = \sqrt[3]{\gamma M \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2},$$

što iznosi 42163,6 km.

Linijska brzina kretanja satelita stoga je

$$v = 3074,6 \text{ m/s,}$$

a ugaona

$$\omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s.}$$

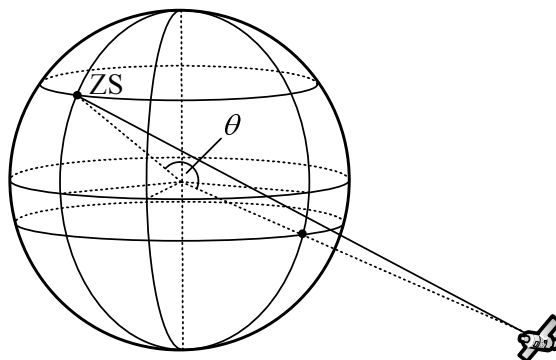
Zadatak 4.7 Zemaljska stanica jednog satelitskog telekomunikacionog sistema nalazi se na koordinatama $\lambda_{zs} = -44^\circ 48'$, $\varphi_{zs} = 20^\circ 28'$. U posmatranom trenutku, satelit se nalazi na visini $h = 28000$ km iznad površi Zemlje, pri čemu njegova projekcija na Zemljinu površ leži na ekvatoru i ima geografsku dužinu $\lambda_s = -32^\circ 15'$.

- a) Odredite kašnjenje pri prenosu signala od zemaljske stanice do satelita.
- b) Ako ugao vidljivosti predajne antene na satelitu iznosi $\delta = 41^\circ$, koliko je satelita na ovakvoj orbiti potrebno da bi se obezbedilo kontinualno pokrivanje Zemlje signalom s barem jednog satelita?

a) Udaljenost satelita od zemaljske stanice odredićemo pomoću kosinusne teoreme:

$$R = \sqrt{R_Z^2 + (R_Z + h)^2 - 2R_Z(R_Z + h) \cos \theta},$$

gde je $R_Z = 6378$ km poluprečnik Zemlje i θ *centralni ugao* između potega zemaljske stanice i projekcije satelita.



Slika 4.7: *Određivanje rastojanja satelita od zemaljske stanice.*

Centralni ugao ćemo izračunati na sledeći način. Ako neka tačka na sferi poluprečnika r ima geografsku širinu φ i dužinu λ , njene koordinate u pripadajućem pravougaonom koordinatnom sistemu su

$$x = r \cos \lambda \cos \varphi,$$

$$y = r \sin \lambda \cos \varphi,$$

$$z = r \sin \varphi.$$

Formirajmo razlike odgovarajućih kordinata zemaljske stanice i projekcije satelita:

$$x_{zs} - x_s = R_Z (\cos \lambda_{zs} \cos \varphi_{zs} - \cos \lambda_s \cos \varphi_s),$$

$$y_{zs} - y_s = R_Z (\sin \lambda_{zs} \cos \varphi_{zs} - \sin \lambda_s \cos \varphi_s),$$

$$z_{zs} - z_s = R_Z (\sin \varphi_{zs} - \sin \varphi_s).$$

Euklidovo rastojanje zemaljske stanice i projekcije satelita je

$$d_E = \sqrt{(x_{zs} - x_s)^2 + (y_{zs} - y_s)^2 + (z_{zs} - z_s)^2}.$$

Pošto je

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{d_E/2}{R_Z},$$

biće

$$\theta = 2 \arcsin \frac{d_E}{2R_Z}.$$

Za zadate numeričke vrednosti, dobijamo $\theta = 23,87^\circ$, pa je

$$R = 28662 \text{ km},$$

dok je kašnjenje pri prostiranju

$$\tau = \frac{R}{c} \approx 96 \text{ ms}.$$

b) Potreban broj satelita je

$$N = \left\lceil \frac{4}{1 - \cos \delta} \right\rceil = 17.$$

Zadatak 4.8 Predajnik zemaljske stanice jednog satelitskog telekomunikacionog sistema emituje digitalni signal protoka $V_b = 120 \text{ Mb/s}$, koji je modulisan postupkom 4-PSK i čija je srednja snaga $P_T = 2 \text{ kW}$. Prečnik predajne paraboličke antene je $D = 15 \text{ m}$, a radna frekvencija $f = 14 \text{ GHz}$. Rastojanje od stanice do satelita je $d = 42500 \text{ km}$. Kombinovani gubici (usled prostiranja kroz atmosferu, starenja komponenti, rezerva) iznose ukupno 8 dB. Faktor dobrote satelita je $[G/T]_{sat} = -5,3 \text{ dBK}^{-1}$. Odredite odnos $[E_b/N_0]$ na ulazu prijemnika na satelitu.

Nivo signala na izlazu predajnika je

$$p_T = 10 \log \frac{P_T}{1 \text{ W}} = 33 \text{ dBW}.$$

Slabljenje usled prostiranja u slobodnom prostoru dato je izrazom

$$a_{FS} = 92,4 \text{ dB} + 20 \log \frac{d}{1 \text{ km}} + 20 \log \frac{f}{1 \text{ GHz}}$$

i iznosi 207,5 dB.

Dobitak predajne antene je

$$[G_T] = 18 \text{ dB} + 20 \log \frac{f}{1 \text{ GHz}} + 20 \log \frac{2r}{1 \text{ m}} = 64 \text{ dBi}.$$

Na osnovu budžeta linka, odnos $[C/T]$ na prijemu dat je izrazom

$$\left[\frac{C}{T} \right] = p_T + [G_T] - a_{FS} - a_{komb} + \left[\frac{G}{T} \right]_{sat}$$

i, za zadate brojčane vrednosti, iznosi $-123,8 \text{ dBWK}^{-1}$.

Podsetimo se da za 4-PSK važi

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{C}{k_B T V_b}.$$

Stoga je

$$\left[\frac{E_b}{N_0} \right] = \left[\frac{C}{T} \right] - 10 \log \frac{k_B}{1 \text{ J/K}} - 10 \log \frac{V_b}{1 \text{ b/s}},$$

što iznosi 24 dB.

Zadatak 4.9 Za potrebe pristupa Internetu, 32 lokacije treba povezati u jedinstvenu VSAT mrežu koju čine 32 identične korisničke VSAT stanice i jedna čvorna stanica (*hub*), locirana na pristupnom čvorištu nudioca internet-usluga. Saobraćaj u mreži se obavlja u režimu punog dupleksa, pri čemu svaka korisnička stanica podatke emituje protokom 16 kb/s, a prima protokom 64 kb/s. U mreži se koristi TDMA. Saobraćaj između svake dve VSAT stanice obavlja se isključivo preko čvorne stanice, pa je ukupni protok u smeru satelit – čvorna stanica 512 kb/s, a u smeru čvorna stanica – satelit 2048 kb/s. Čvorna stanica i sve korisničke stanice nalaze se na konturi na kojoj je efektivna izračena snaga satelita $[EIRP]_{sat} = 30 \text{ dBW}$. Primenjena je 4-PSK. Za uzlazne veze koristi se nosilac frekvencije 14 GHz, a za silazne veze 11 GHz.

Korisničke stanice su sledećih karakteristika:

- snaga predajnika 3 W,
- temperatura šuma prijemnika 300 K,

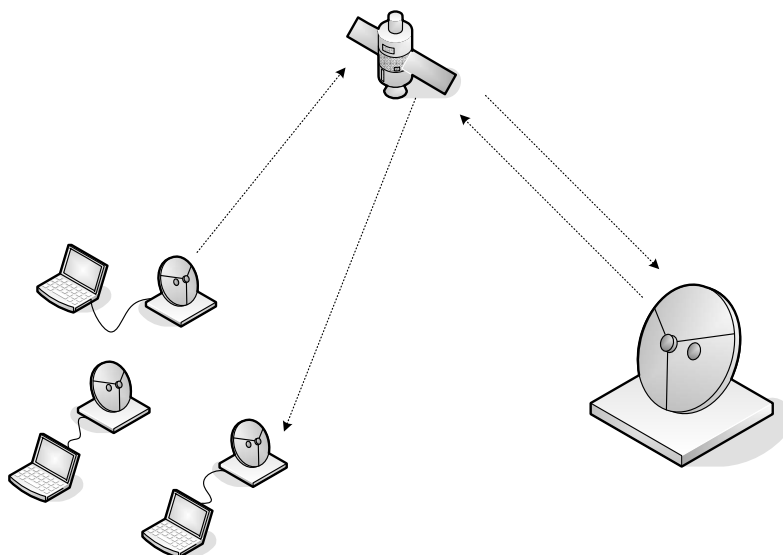
- primenjeno je zaštitno kodiranje koje obezbeđuje ispravan rad prijemnika sve dok je verovatnoća greške (BER) ispod 10^{-6} .

Karakteristike čvorne stanice su:

- snaga predajnika 15 W,
- temperatura šuma prijemnika 500 K,
- stanica radi ispravno sve dok je BER ispod 10^{-11} .

Karakteristike satelita su:

- $[G/T]_{sat} = -5$ dB,
- satelit radi ispravno sve dok je BER ispod 10^{-6} ,
- udaljenost satelita od površi Zemlje je 40000 km.



Slika 4.9: VSAT mreža.

- Odredite odnos snage nosioca i temperature šuma, $[C/T]$, na svim uzlaznim i silaznim vezama, tako da mreža radi ispravno. Predvidite rezervu od 9 dB.
- Odredite dimenzije antena na čvornoj i na korisničkim stanicama, ako se na satelitu i čvornoj stanici regeneriše signal. Usvojite dimenzije antena koje zadovoljavaju oba smera komunikacije. Prečnik antene VSAT stanice birajte u koracima od po 2,5 dm, a čvorne stanice u koracima od po 5 dm.

- c) Za usvojene dimenzije antena izračunajte vrednost $[C/T]$ za uzlazne i silazne veze.
- d) Posmatrajući komunikaciju dveju VSAT stanica, VSAT(A) – satelit – *hub* – satelit – VSAT(B), odredite odnos $[C/T]$ na ulazu prijemnika stanice B kada se isključi regeneracija signala na satelitu i čvornoj stanici. Uporedite ovaj rezultat s rezultatom tačke c). Kolika je verovatnoća greške?
- a) Polazimo od izraza za verovatnoću greške po bitu kod 4-PSK:

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{E_b}{N_0}},$$

gde je E_b energija po bitu, a N_0 jednostrana spektralna gustina snage šuma na ulazu prijemnika.

Tabelirajmo vrednosti komplementarne funkcije greške, uz korišćenje aproksimacije

$$\operatorname{erfc}(x) \approx \frac{\exp(-x^2)}{x\sqrt{\pi}}.$$

$10 \log \frac{E_b}{N_0}$	P_e
10 dB	$4,05 \cdot 10^{-6}$
11 dB	$2,67 \cdot 10^{-7}$
12 dB	$9,36 \cdot 10^{-9}$
13 dB	$1,36 \cdot 10^{-10}$
14 dB	$6,93 \cdot 10^{-13}$
15 dB	$9,29 \cdot 10^{-16}$

Za svaki od prijemnika (na VSAT stanici, čvornoj stanici i satelitu), sada ćemo, na osnovu zahtevane vrednosti verovatnoće greške, očitavanjem iz tabele odrediti *minimalnu* potrebnu vrednost odnosa $[E_b/N_0]$. Konačnu vrednost dobićemo uz uračunavanje rezerve od 9 dB. Rezultati proračuna prikazani su u narednoj tabeli.

parametar	VSAT stanica	čvorna stanica	satelit
P_e	10^{-6}	10^{-11}	10^{-6}
$[E_b/N_0]_{min}$	11 dB	14 dB	11 dB
rezerva	9 dB	9 dB	9 dB
$[E_b/N_0]$	20 dB	23 dB	20 dB

Kako je

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{C}{k_B T V_b},$$

u decibelima će biti

$$\left[\frac{C}{T} \right] = \left[\frac{E_b}{N_0} \right] + 10 \log \frac{k_B}{1 \text{ J/K}} + 10 \log \frac{V_b}{1 \text{ b/s}}.$$

Rezultati proračuna za pojedine veze dati su u sledećoj tabeli.

veza	tip	protok, V_b	$[C/T]$
VSAT – satelit	uzlazna	16 kb/s	-167 dBWK^{-1}
satelit – čvorna stanica	silazna	512 kb/s	-149 dBWK^{-1}
čvorna stanica – satelit	uzlazna	2,048 Mb/s	-146 dBWK^{-1}
satelit – VSAT	silazna	64 kb/s	-161 dBWK^{-1}

b) Dobitke antena VSAT i čvorne stanice odredićemo iz izraza za odnose $[C/T]$ na pojedinim trasama. Na uzlaznim vezama je

$$\left[\frac{C}{T} \right] = p_T + g_T - a_{UL} + \left[\frac{G_R}{T} \right]_{sat},$$

dok je na silaznim

$$\left[\frac{C}{T} \right] = [EIRP]_{sat} - a_{DL} + g_R - [T_R].$$

Snaga predajnika VSAT stanice je 3 W, čemu odgovara nivo od 5 dBW. Snaga predajnika čvorne stanice je 15 W, čemu odgovara nivo od 12 dBW.

Slabljenja trasa odredićemo po obrascu

$$a = 92,4 \text{ dB} + 20 \log \frac{l}{1 \text{ km}} + 20 \log \frac{f}{1 \text{ GHz}}.$$

Udaljenost satelita od Zemlje je $l = 40000$ km. Za uzlazne veze se koristi nosilac frekvencije 14 GHz, pa je $a_{UL} = 207$ dB. Za silazne veze se koristi nosilac frekvencije 11 GHz, pa je $a_{DL} = 205$ dB.

Sada možemo odrediti potrebne dobitke svih antena. Rezultati proračuna su prikazani u tabeli.

lokacija	tip antene	dobitak antene
VSAT stanica	predajna	40 dBi
VSAT stanica	prijemna	39 dBi
čvorna stanica	predajna	54 dBi
čvorna stanica	prijemna	53 dBi

Potrebne prečnike antena odredićemo iz obrasca

$$[G] = 18 \text{ dB} + 20 \log \frac{f}{1 \text{ GHz}} + 20 \log \frac{D}{1 \text{ m}},$$

a pošto svaka antena treba da istovremeno radi i kao predajna i kao prijemna, usvojićemo veći prečnik, pri čemu treba da vodimo računa o dozvoljenim koracima njegovog biranja. I ovi rezultati su dati tabelarno.

	VSAT stanica		čvorna stanica	
	predajna antena	prijemna antena	predajna antena	prijemna antena
dobitak [dBi]	40	39	54	53
f [GHz]	14	11	14	11
D [m]	0,9	1,02	4,51	5,11
prečnik [m]	1,25		5,5	

c) Dobici antena za vrednosti prečnika iz tačke b), dati su u donjoj tabeli.

lokacija	tip antene	dobitak antene
VSAT stanica	predajna	43 dBi
VSAT stanica	prijemna	41 dBi
čvorna stanica	predajna	56 dBi
čvorna stanica	prijemna	54 dBi

Odnos $[C/T]$ na uzlaznim vezama odredićemo po obrascu

$$\left[\frac{C}{T}\right] = p_T + g_T - a_{UL} + \left[\frac{G_R}{T}\right]_{sat},$$

dok ćemo za silazne veze koristiti obrazac

$$\left[\frac{C}{T}\right] = [EIRP]_{sat} - a_{DL} + g_R - [T_R].$$

Rezultati su dati u sledećoj tabeli.

veza	tip	$[C/T]$
VSAT – satelit	uzlazna	-164 dBWK ⁻¹
satelit – čvorna stanica	silazna	-148 dBWK ⁻¹
čvorna stanica – satelit	uzlazna	-148 dBWK ⁻¹
satelit – VSAT	silazna	-159 dBWK ⁻¹

d) Kada se bude isključila regeneracija signala na satelitu i čvornoj stanici, sabiraće se snage šuma na pojedinim trasama, pa će se sabirati i temperature šuma. Stoga će važiti

$$\left[\frac{C}{T}\right]_{tot} = 10 \log \frac{1 \text{ K/W}}{\left(\frac{C}{T}\right)_1^{-1} + \left(\frac{C}{T}\right)_2^{-1} + \left(\frac{C}{T}\right)_3^{-1} + \left(\frac{C}{T}\right)_4^{-1}},$$

gde se indeksi 1, 2, 3 i 4 odnose redom na veze navedene u prethodnoj tabeli. Izračunavanjem dobijamo da je sada

$$\left[\frac{C}{T}\right]_{tot} = -165 \text{ dBWK}^{-1}.$$

Kada bi se regeneracija signala uključila, odnos $[C/T]$ na ulazu prijemnika VSAT stanice bio bi jednak odnosu $[C/T]$ koji je u tački c) proračunat za silaznu vezu satelit – VSAT i koji iznosi -159 dBWK^{-1} . Ova vrednost je bolja od prethodne za 6 dB.

Odnos energije po bitu i jednostrane spektralne gustine snage šuma na ulazu prijemnika VSAT stanice B kada se isključi regeneracija je

$$\left[\frac{E_b}{N_0}\right] = \left[\frac{C}{T}\right]_{tot} - 10 \log \frac{k_B}{1 \text{ J/K}} - 10 \log \frac{V_b}{1 \text{ b/s}}$$

i iznosi 16 dB. Nakon odbijanja rezerve od 9 dB, dobijamo da je $[E_b/N_0] = 7$ dB, ili $E_b/N_0 = 5,012$. Verovatnoća greške po bitu sada je

$$P_e = 1,68 \cdot 10^{-3},$$

što je nedopustivo veliko.

Zadatak 4.10 Geostacionarni satelit emituje DVB-S signal na frekvenciji 12,1 GHz. Snaga transpondera na satelitu je $P_T = 82$ W, a dobitak antene $g_T = 33$ dBi. Centralni ugao između potega prijemne antene i projekcije satelita je $\theta = 45^\circ$. Dodatno slabljenje, usled prostiranja kroz atmosferu, neusmerenosti antena i osa polarizacije iznosi 1 dB. Dobitak prijemne antene je $g_R = 37$ dBi. Širina opsega u kome se prenosi signal je $B = 30$ MHz, a faktor šuma niskošumnog ulaznog stepena 1 dB. Odredite odnos C/N na prijemu.

Podsetimo se zadatka 4.7. Rastojanje od satelita do prijemne antene je

$$d = \sqrt{R_Z^2 + (R_Z + h)^2 - 2R_Z(R_Z + h)\cos\theta},$$

pri čemu su parametri geostacionarne orbite proračunati u zadatku 4.6. Odavde dobijamo da je $d \approx 37923$ km.

Slabljenje pri prostiranju u slobodnom prostoru je

$$a_{FS} = 92,4 \text{ dB} + 20 \log \frac{d}{1 \text{ km}} + 20 \log \frac{f}{1 \text{ GHz}} = 205,7 \text{ dB},$$

pa je ukupno slabljenje na trasi

$$a = a_{FS} + a_{dod} = 206,7 \text{ dB}.$$

Raspoloživi nivo nosioca na izlazu prijemne antene je dat izrazom

$$[C] = 10 \log \frac{P_T}{1 \text{ W}} + g_T - a + g_R$$

i iznosi -117,6 dBW.

Nivo šuma u posmatranom opsegu frekvencija je

$$[N] = 10 \log \frac{Fk_B T_0 B}{1 \text{ W}}$$

i iznosi -128,2 dBW.

Odnos $[C/N]$ sada je

$$\left[\frac{C}{N} \right] = [C] - [N] = 10,6 \text{ dB.}$$

5. Radijski difuzni sistemi

Zadatak 5.1 U tabeli su navedeni tehnički parametri T-DAB sistema – broj COFDM nosilaca, N , njihov frekvencijski razmak, Δf i trajanje zaštitnog (delta) intervala, T_Δ , za četiri režima rada.

Režim	I	II	III	IV
N	1536	384	192	768
Δf [kHz]	1	4	8	2
T_Δ [μ s]	246	61,5	30,75	123

Na osnovu ovih podataka, odredite trajanje upotrebljivog dela COFDM simbola, ukupno trajanje simbola, zauzetu širinu opsega i maksimalno rastojanje predajnika u jednofrekvencijskoj mreži (SFN).

Trajanje upotrebljivog dela COFDM simbola jednako je recipročnoj vrednosti frekvencijskog razmaka COFDM nosilaca:

$$T_u = \frac{1}{\Delta f}.$$

Ukupno trajanje simbola jednako je zbiru trajanja upotrebljivog dela simbola i zaštitnog intervala,

$$T_s = T_u + T_\Delta.$$

Zauzeta širina opsega jednaka je proizvodu broja COFDM nosilaca i frekvencijskog razmaka među njima:

$$B = N \Delta f.$$

Maksimalno rastojanje predajnika u jednofrekvencijskoj mreži određeno je dopuštenim nivoom intersimbolske interferencije na prijemu. Intersimbolska interferencija je prihvatljivog nivoa sve dok je razlika kašnjenja signala

dvaju predajnika manja od trajanja zaštitnog intervala. Odavde dobijamo da je maksimalno rastojanje predajnika

$$d = cT_{\Delta},$$

gde je c brzina prostiranja svetlosti u vakuumu.

Na osnovu navedenih izraza, dobijamo numeričke vrednosti traženih parametara koje su prikazane u tabeli.

Režim	I	II	III	IV
T_u [μ s]	1000	250	125	500
T_s [μ s]	1246	311,5	155,75	623
B [MHz]	1,536	1,536	1,536	1,536
d [km]	73,8	18,45	9,225	36,9

Zadatak 5.2 Ukoliko je maksimalno dopuštena vrednost Dopplerovog pomeraja 5% vrednosti frekvencijskog razmaka COFDM nosilaca, odredite maksimalnu brzinu kretanja prijemnika T-DAB signala za slučaj rada u

- režimu I, na kanalu 10A i
- režimu IV, na kanalu LQ.

Ako je v komponenta brzine prijemnika u pravcu ka predajniku koji emituje signal na centralnoj frekvenciji f , Dopplerov pomeraj frekvencije će biti

$$|\Delta f_D| = f \frac{v}{c},$$

gde je c brzina prostiranja svetlosti u vakuumu.

Iz uslova

$$|\Delta f_D| < 0,05 \Delta f$$

dobijamo da je maksimalna brzina data izrazom

$$v = 0,05 c \frac{\Delta f}{f}.$$

Prema tabeli iz Priloga D, centralna frekvencija DAB kanala 10A iznosi 209,936 MHz, a kanala LQ 1480,352 MHz. Imajući u vidu i vrednosti frekvencijskog razmaka COFDM nosilaca za pojedine režime rada, dobijamo

da je maksimalna brzina prijemnika u slučaju a) 71,45 m/s (257,2 km/h), a u slučaju b) 20,27 m/s (73 km/h).

Zadatak 5.3 Odredite minimalno potreban nivo jačine električnog polja na prijemu za T-DAB sistem koji radi u režimu I, s parametrom UEP (*Unequal Error Protection*) 1, u kanalu 11C. Pretpostavite slučaj Gaussovog kanala i stacionarnog prijemnika, čiji je faktor šuma 7 dB, a dobitak antene $-8,1$ dBi.

Pri rešavanju ovoga zadatka, služićemo se parametrima T-DAB sistema iz zadatka 5.1 i Priloga E.

Prema tabeli iz Priloga E, potrebna vrednost odnosa $[C/N]$ na prijemu u ovom slučaju iznosi 4,6 dB, dok je zahtevana rezerva snage (margina) $m = 1,3$ dB.

Zauzeta širina opsega je $B = 1,536$ MHz, pa je nivo termičkog šuma na ulazu prijemnika

$$[N] = 10 \log \frac{k_B T_0 B}{1 \text{ mW}} = -112,12 \text{ dBm},$$

gde je $k_B T_0 = 4 \cdot 10^{-21}$ W/Hz. Uz uračunavanje rezerve i faktora šuma prijemnika, potreban nivo nosioca na njegovom ulazu će biti

$$[C] = \left[\frac{C}{N} \right] + [N] + m + F = -99,22 \text{ dBm}.$$

U daljem proračunu je potrebno izvršiti korekciju ovako dobijenog nivoa u zavisnosti od radne frekvencije,

$$[C'] = [C] + 20 \log \frac{f}{220 \text{ MHz}}.$$

Pošto sistem iz našeg zadatka radi upravo na frekvenciji od 220 MHz, biće $[C'] = [C]$.

Snaga signala i jačina električnog polja na prijemu povezani su obrascem

$$E = \sqrt{\frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{Z_0 C'}{G}},$$

gde je $Z_0 = 120\pi \Omega$ talasna impedansa vakuuma i G dobitak prijemne antene. Za nivo jačine električnog polja izražen u dB μ V/m, odavde je

$$[E] = 77,2 \text{ dB}\mu\text{V/m} + 20 \log \frac{f}{1 \text{ MHz}} + 10 \log \frac{C'}{1 \text{ mW}} - g.$$

U našem slučaju dobijamo $[E] = 32,93 \text{ dB}\mu\text{V/m}$.

Zadatak 5.4 Odredite minimalno potreban nivo medijane jačine električnog polja na prijemu za T-DAB sistem koji radi u režimu I, s parametrom UEP 3, u kanalu 8C. Prijemnik se nalazi u automobilu, faktor šuma mu je 7 dB, a dobitak antene $-2,9 \text{ dBi}$. Zahteva se pokrivanje 99% lokacija.

U praktičnim proračunima potrebnog nivoa signala, opravdano je pretpostaviti slučaj Rayleighjevog kanala, jer do prijemnika ne dolazi samo jedna direktna komponenta signala, već i više reflektovanih, ili, u slučaju jedno-frekvencijskih mreža, signali s više predajnika.

Centralna frekvencija kanala 8C je 199,360 MHz. Potrebna vrednost odnosa $[C/N]$ na prijemu sada iznosi 8,4 dB, dok je zahtevana margina $m = 4,6 \text{ dB}$. Nivo šuma na ulazu prijemnika, unutar opsega $B = 1,536 \text{ MHz}$ je $[N] = -112,12 \text{ dBm}$, pa je potreban nivo nosioca

$$[C] = \left[\frac{C}{N} \right] + [N] + m + F = -92,12 \text{ dBm}.$$

Da bismo došli do potrebne medijane nivoa električnog polja, ovako dobijeni nivo treba korigovati prema radnoj frekvenciji, visini prijemne antene i zahtevanom procentu pokrivanja lokacija. Korekcija na radnu frekvenciju f je $20 \log(f/220 \text{ MHz})$. Standardna pretpostavka je da se prijemna antena nalazi na visini 1,5 m od tla, pa se obračunava „penal” od 10 dB. Dodatni „penal” prema procentu pokrivenosti teritorije računa se kao proizvod dvaju faktora, μ i σ . Vrednosti parametra μ koje se koriste u planiranju DAB mreža date su u tabeli.

Postotak pokrivenosti	μ
50	0
80	0,84
95	1,64
99	2,33

Merenjima je utvrđeno da vrednost faktora σ u „outdoor” okruženju iznosi 5,5 dB.

Ukupna korekcija je 21,96 dB, pa je potreban nivo nosioca na ulazu prijemnika $[C'] = -70,16$ dBm.

Potrebni nivo medijane jačine električnog polja odredićemo po obrascu

$$[E] = 77,2 \text{ dB}\mu\text{V/m} + 20 \log \frac{f}{1 \text{ MHz}} + 10 \log \frac{C'}{1 \text{ mW}} - g,$$

odakle dobijamo $[E] \approx 56 \text{ dB}\mu\text{V/m}$.

Zadatak 5.5 T-DAB sistem radi u režimu I, s parametrom UEP 3, na kanalu 11C. Prijemnik se nalazi u zgradi, faktor šuma mu je 7 dB, a dobitak antene $-8,1$ dBi. Pretpostavljajući scenario gustog urbanog okruženja s robusnim pokrivanjem, odredite:

- a) minimalno potreban nivo medijane jačine električnog polja na prijemu i
- b) potrebnu efektivnu izotropski izračenu snagu predajnika, koji se nalazi na rastojanju $d = 5$ km.

a) Pri planiranju prijema u „indoor” okruženju, takođe se pretpostavlja model Rayleighjevog kanala. Ponovo se uračunavaju korekcija na radnu frekvenciju i „penal” od 10 dB zbog visine prijemne antene. Uobičajeno se pretpostavljaju dve vrednosti postotka pokrivenosti, 80%, što odgovara tzv. korisnom servisu, ili 95%, što je tzv. robusni servis. Dodatno se obračunava „penal” zbog slabljenja unutar objekta, čija su medijana i standardna devijacija navedene u tabeli.

Okruženje	$a_{p,50}$ [dB]	σ_p [dB]
Suburbano	8	4,4
Gusto urbano	15	5

Ukupni penal je

$$\Delta a = 20 \log \frac{f}{220 \text{ MHz}} + 10 \text{ dB} + \mu \sqrt{\sigma^2 + \sigma_p^2} + a_{p,50},$$

gde su vrednosti parametara μ i σ kao u prethodnom zadatku. Odavde dobijamo $\Delta a = 37,19$ dB.

Potrebna vrednost odnosa $[C/N]$ na prijemu je 8,4 dB, dok je zahtevana margina $m = 4,6$ dB. Nivo šuma na ulazu prijemnika, unutar opsega $B = 1,536$ MHz je $[N] = -112,12$ dBm, pa je potreban nominalni nivo nosioca

$$[C] = \left[\frac{C}{N} \right] + [N] + m + F = -92,12 \text{ dBm.}$$

Uz uračunavanje korekcije, dobijamo $[C'] = -54,93$ dBm. Odavde je potreban nivo medijane jačine električnog polja na prijemu

$$[E] = 77,2 \text{ dB}\mu\text{V/m} + 20 \log \frac{f}{1 \text{ MHz}} + [C']_{\text{dBm}} - g = 77,22 \text{ dB}\mu\text{V/m},$$

b) Polazeći od veze $EIRP$ i jačine električnog polja na rastojanju d od predajne antene,

$$E = \sqrt{EIRP \frac{Z_0}{4\pi d^2}},$$

dobijamo

$$[E] = 104,8 \text{ dB}\mu\text{V/m} + 10 \log \frac{EIRP}{1 \text{ kW}} - 20 \log \frac{d}{1 \text{ km}},$$

odakle je $EIRP = 43,65$ W.

Zadatak 5.6 Na ulaz T-DAB prijemnika koji radi u režimu I, dolaze tri komponente signala, čije su relativne snage redom 0,7, 1 i 0,6 i relativna kašnjenja (u odnosu na početak OFDM simbola) $-500 \mu\text{s}$, $150 \mu\text{s}$ i $400 \mu\text{s}$. Odredite odnos $[C/I]$ na prijemu.

Sve komponente signala koje se prime unutar vremenskog „prozora” trajanja T_Δ smatraju se korisnim i njihova snaga konstruktivno (tj. pozitivno) doprinosi ukupnoj snazi primljenog signala. Izvan zaštitnog intervala, deo primljene snage se pridružuje tekućem, a deo, u zavisnosti od kašnjenja, prethodnom ili narednom simbolu, doprinoseći intersimbolskoj interferenciji.

Ako je c_i snaga i t_i kašnjenje i -te komponente, raspoloživa korisna snaga signala na prijemu će biti

$$C = \sum_i w_i c_i,$$

dok je snaga interferencije

$$I = \sum_i (1 - w_i) c_i.$$

Vrednosti koeficijenata w_i pri tome su

$$w_i = \begin{cases} 0, & t_i \leq -T_u \\ \left(\frac{T_u + t_i}{T_u}\right)^2, & -T_u < t_i \leq 0 \\ 1, & 0 < t_i \leq T_\Delta \\ \left(\frac{T_s - t_i}{T_u}\right)^2, & T_\Delta < t_i \leq T_s \\ 0, & t > T_s \end{cases} .$$

U primeru iz zadatka, vrednosti koeficijenata su redom 0,25, 1 i 0,72. Snaga korisne komponente je 1,607, a interferencije 0,693, pa je $[C/I] = 3,65$ dB.

Zadatak 5.7 Na ulaz T-DAB prijemnika dolaze tri komponente signala, čije su relativne snage redom 0,7, 1 i 0,6 i relativna kašnjenja (u odnosu na početak OFDM simbola) $-500 \mu\text{s}$, $150 \mu\text{s}$ i $400 \mu\text{s}$. Metodom „centra gravitacije” odredite položaj FFT prozora u prijemniku.

Prema metodi „centra gravitacije”, FFT prozor se centrira na tačku

$$t_c = \frac{\sum_i p_i t_i}{\sum_i p_i},$$

gde je p_i snaga i t_i trenutak dolaska i -te komponente signala. Izračunavanjem dobijamo da je $t_c = 17,39 \mu\text{s}$.

Opisani metod je dobar u slučajevima kada su komponente primljenih signala približno jednakih snaga, dok u suprotnom može izazvati pojavu intersimbolske interferencije.

Zadatak 5.8 U tabeli su navedeni tehnički parametri sistema DRM, kao umnošci elementarnog perioda T .

Režim	A	B	C	D	E
T_u	288	256	176	112	27
T_Δ/T_u	1/9	1/4	4/11	11/14	1/9

Na osnovu ovih podataka, odredite trajanje upotrebljivog dela OFDM simbola, trajanje zaštitnog intervala i ukupno trajanje simbola.

Standardom za DRM, propisano je trajanje elementarnog perioda $T = 83\frac{1}{3} \mu\text{s}$. Znajući ovaj podatak, na osnovu vrednosti iz tabele možemo jednostavno proračunati vrednosti upotrebljivog dela OFDM simbola, T_u i trajanja zaštitnog intervala, T_Δ . Ukupno trajanje simbola biće jednako njihovom zbiru,

$$T_s = T_u + T_\Delta.$$

Rezultati proračuna dati su u tabeli.

Režim	A	B	C	D	E
T_u [ms]	24	$21\frac{1}{3}$	$14\frac{2}{3}$	$9\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{4}$
T_Δ [ms]	$2\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{3}$	$5\frac{1}{3}$	$7\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
T_s [ms]	$26\frac{2}{3}$	$26\frac{2}{3}$	20	$16\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{2}$

Zadatak 5.9 Izvedite izraz za potreban broj fragmenata na sloju PFT (*Protection, Fragmentation & Transport*) u DRM, da bi se preneo paket dužine L bajtova.

Sadržaj paketa se kodira Reed-Solomonovim zaštitnim kodom, po potrebi dopunjava nulama, potom fragmentira i na kraju prenosi kao korisni sadržaj (*payload*) transportnih jedinica sloja PFT.

Označimo maksimalan broj informacionih bajtova u Reed-Solomonovoj kodnoj reči sa k . Potreban broj kodnih reči za paket dužine L tada će biti

$$c = \left\lceil \frac{L}{k} \right\rceil.$$

Poslednjoj reči u nizu se dodaje sekvenca nula dužine z bajtova, pri čemu je

$$z = ck - L.$$

Pošto svaka Reed-Solomonova kodna reč ima $p = 48$ zaštitnih bajtova, ukupna količina podataka koje treba fragmentirati je

$$d = L + cp + z = \left\lceil \frac{L}{k} \right\rceil (k + p).$$

Oredimo sada maksimalnu veličinu polja korisnog sadržaja u PFT fragmentu, s . Neka je maksimalna dužina transportne jedinice MTU i dužina njenog zaglavlja h , $h \in \{12, 14, 16, 18\}$ B. Ako nema gubitaka fragmenata, tada će biti

$$s = MTU - h.$$

Ukoliko se prijemnik može oporaviti od gubitka m fragmenata po paketu, biće

$$s = \min \left(\left\lfloor \frac{cp}{m+1} \right\rfloor, MTU - h \right).$$

Standardom za DRM, preporučeno je da vrednost m ne premaši 5.

Potreban broj fragmenata konačno je

$$f = \left\lceil \frac{d}{s} \right\rceil.$$

6. Televizijski sistemi

Zadatak 6.1 Odredite binarni protok digitalnog TV signala koji odgovara kompozitnom standardu uzorkovanja PAL 625/50.

Broj aktivnih uzoraka u jednoj liniji PAL kompozitnog signala jednak je broju detalja u njoj,

$$N_l = 948 \text{ pix/lin} = 948 \text{ pel/lin},$$

gde skraćenica *pel* označava jedan element slike (engl. *picture element*).

Jedan okvir (kompletna televizijska slika) ima 576 *aktivnih* linija, pa je broj aktivnih detalja u njemu

$$N_f = 576 \text{ lin/fr} \cdot N_l = 546048 \text{ pix/fr}.$$

Svake sekunde se emituje 25 okvira, pa je broj detalja u sekundi

$$N_s = 25 \text{ fr/s} \cdot N_f = 13651200 \text{ pix/s}.$$

Kvantizacija je osmorbitna, pa je binarni protok

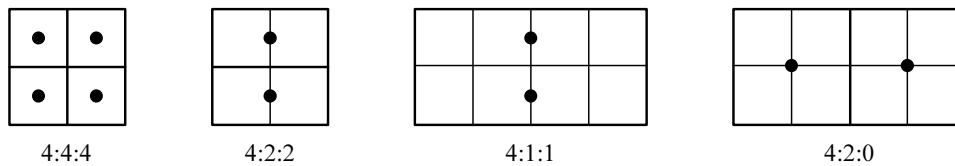
$$V = 8 \text{ b/pix} \cdot N_s = 109,2096 \text{ Mb/s}.$$

Zadatak 6.2 Odredite binarne protoke digitalnih TV signala, dobijenih prema komponentnim standardima uzorkovanja:

- a) 4:4:4,

- b) 4:2:2,
- c) 4:1:1,
- d) 4:2:0.

Pošto je ljudsko oko osjetljivije na informaciju o osvetljenosti, nego na informaciju o boji, uobičajeno je da se uzorci luminentne komponente uzimaju u punoj rezoluciji, dok je rezolucija uzorkovanja hrominentnih komponenti manja. Različiti standardi uzorkovanja hrominentnih komponenti video-signala ilustrovani su na slici.



Slika 6.2: Standardi uzorkovanja hrominentnih komponenti.

a) Po standardu uzorkovanja 4:4:4, hrominentni signali se uzorkuju u punoj rezoluciji. To znači da će u svakoj liniji biti po 720 aktivnih uzoraka za luminentni signal Y' i hrominentne signale C_b i C_r . Stoga je broj piksela u liniji

$$N_l = 3 \cdot 720 \text{ pix/lin} = 2160 \text{ pix/lin} = 2160 \text{ pel/lin.}$$

Kompletna TV slika (okvir) sadrži 576 aktivnih linija, pa je broj piksela u njoj

$$N_f = 576 \text{ lin/fr} \cdot N_l = 1244160 \text{ pix/fr.}$$

Pošto se svake sekunde analizira 25 okvira, broj piksela u sekundi biće

$$N_s = 25 \text{ fr/s} \cdot N_f = 31104000 \text{ pix/s.}$$

Svaki piksel se predstavlja kodnom rečju dužine 8 b, pa je binarni protok digitalnog signala

$$V_{4:4:4} = 8 \text{ b/pix} \cdot N_s = 248,832 \text{ Mb/s.}$$

b) Standard uzorkovanja 4:2:2 opisan je preporukom ITU-R BT.601-5, koja se odnosi na digitalnu televiziju standardne definicije (SDTV). Po ovom standardu, u svakom bloku dimenzija 4×4 , uzimaju se 4 uzorka luminentni

i po 2 uzorka hrominentnih signala. Ukupan broj detalja (piksela) u jednoj liniji biće

$$N_l = 1400 \text{ pix/lin} = 1400 \text{ pel/lin.}$$

Za sistem PAL sa 625 linija, kompletna TV slika sadrži 576 aktivnih linija. Broj detalja u jednoj slici je

$$N_f = 576 \text{ lin/fr} \cdot N_l = 829440 \text{ pix.}$$

U sistemu PAL ima 25 slika u sekundi, pa je broj detalja u sekundi

$$N_s = 25 \text{ fr/s} \cdot N_f = 20736000 \text{ pix/s.}$$

Konačno, svaki uzorak se kvantizuje sa 8 bita, pa je binarni protok

$$V_{4:2:2} = 8 \text{ b/pix} \cdot N_s = 165,888 \text{ Mb/s.}$$

c) Kod uzorkovanja po standardu 4:1:1, u svakom bloku 4×4 naizmenično se uzima jedan uzorak hrominentne komponente. Primenom postupka iz prethodnih tačaka, dobijamo da je

$$V_{4:1:1} = 124,416 \text{ Mb/s.}$$

d) U ovom slučaju, lumentni signal se uzorkuje u svakoj liniji, sa po 720 aktivnih uzoraka, dok se hrominentni signali uzorkuju u svakom bloku dimenzija 4×1 piksela. To znači da je rezolucija slike za hrominentne signale četiri puta manja (288 linija sa po 360 aktivnih uzoraka).

Ukupan broj detalja u jednoj slici sada je

$$N_f = 622080 \text{ pix/fr.}$$

Ukupan broj detalja u jednoj sekundi je 25 puta veći,

$$N_s = 25 \text{ fr/s} \cdot N_f = 15552000 \text{ pix/s.}$$

Za osmorbitnu kvantizaciju, binarni protok je

$$V_{4:2:0} = 8 \text{ b/pix} \cdot N_s = 124,416 \text{ Mb/s.}$$

Zadatak 6.3 DVB-T predajnik emituje na 27. UHF TV kanalu, širine 8 MHz. Ako je IFFT frekvencija uzorkovanja $f_{\text{IFFT}} = 64/7$ MHz, odredite:

- a) trajanje IFFT simbola,
- b) frekvencijski razmak između OFDM nosilaca,
- c) trajanje upotrebljivog dela OFDM simbola,
- d) zauzetu širinu opsega,
- e) trajanje zaštitnog (delta) intervala,
- f) ukupno trajanje simbola,
- g) maksimalnu separaciju između DVB-T predajnika i
- h) normirani simbojski protok.

a) Trajanje IFFT simbola jednako je recipročnoj vrednosti frekvencije uzorkovanja,

$$T_{\text{IFFT}} = \frac{1}{f_{\text{IFFT}}}$$

i iznosi 109,375 ns.

b) Frekvencijski razmak između OFDM nosilaca dat je izrazom

$$\Delta f = \frac{f_{\text{IFFT}}}{N_{\text{IFFT}}},$$

gde je N_{IFFT} nominalni broj IFFT nosilaca, čija vrednost zavisi od režima rada predajnika (8 k, 4 k ili 2 k). Rezultati proračuna dati su u tabeli.

Režim rada	N_{IFFT}	Δf [Hz]
8 k	8192	1116,07
4 k	4096	2232,14
2 k	2048	4464,29

c) Trajanje upotrebljivog dela OFDM simbola jednako je recipročnoj vrednosti frekvencijskog razmaka OFDM nosilaca:

$$T_u = \frac{1}{\Delta f}.$$

U zavisnosti od režima rada predajnika, dobijaju se rezultati koji su dati u narednoj tabeli.

Režim rada	T_u [ms]
8 k	0,896
4 k	0,448
2 k	0,224

d) Zauzeta širina opsega unutar TV kanala predstavlja proizvod ukupnog broja OFDM nosilaca, N (koji je manji od nominalnog broja IFFT nosilaca, N_{IFFT}) i frekvencijskog razmaka između njih, Δf :

$$B_{\text{OFDM}} = N \Delta f.$$

Ukupan broj OFDM nosilaca zavisi od režima rada, pa su rezultati i ovoga proračuna dati tabelarno.

Režim rada	N	B_{OFDM} [MHz]
8 k	6817	7,61
4 k	3409	7,61
2 k	1705	7,61

Vidimo da zauzeta širina opsega *ne zavisi* od režima rada predajnika.

e) Zaštitni vremenski odnos, Δ , ima četiri standardizovane vrednosti, $\Delta \in \{1/4, 1/8, 1/16, 1/32\}$. Jednak je količniku trajanja zaštitnog intervala i trajanja upotrebljivog dela simbola,

$$\Delta = \frac{T_{\Delta}}{T_u}.$$

Proračunate vrednosti trajanja zaštitnog intervala, u mikrosekundama, date su u sledećoj tabeli.

	Režim rada		
	8 k	4 k	2 k
$\Delta = 1/4$	224	112	56
$\Delta = 1/8$	112	56	28
$\Delta = 1/16$	56	28	14
$\Delta = 1/32$	28	14	7

f) Ukupno trajanje simbola, T_s , jednako je zbiru trajanja upotrebljivog dela simbola i trajanja zaštitnog intervala,

$$T_s = T_u + T_{\Delta}.$$

U narednoj tabeli, date su vrednosti trajanja simbola (u mikrosekundama), u zavisnosti od režima rada i vrednosti zaštitnog vremenskog odnosa.

	Režim rada		
	8 k	4 k	2 k
$\Delta = 1/4$	1120	560	280
$\Delta = 1/8$	1008	504	252
$\Delta = 1/16$	952	476	238
$\Delta = 1/32$	924	462	231

g) Maksimalna separacija DVB-T predajnika jednaka je maksimalnoj razlici puteva između pristiglog i naknadnog talasa („aktivnog eha”),

$$d = cT_{\Delta},$$

gde je c brzina prostiranja elektromagnetnih talasa. Maksimalne separacije DVB-T predajnika (u kilometrima) za UHF opseg i različite režime rada date su u tabeli.

	Režim rada		
	8 k	4 k	2 k
$\Delta = 1/4$	67,2	33,6	16,8
$\Delta = 1/8$	33,6	16,8	8,4
$\Delta = 1/16$	16,8	8,4	4,2
$\Delta = 1/32$	8,4	4,2	2,1

h) Normirani simbolski protok, B_{norm} , dat je izrazom

$$B_{norm} = \frac{1}{T_s}.$$

Odgovarajuće vrednosti, u simb/s, navedene su u tabeli na narednoj strani.

Zadatak 6.4 Odredite vršni faktor COFDM DVB-T signala.

Vršni (engl. *crest*) faktor signala se definiše kao decibelski odnos njegove vršne i efektivne vrednosti,

$$cf = 20 \log \frac{U_{peak}}{U_{RMS}}.$$

	Režim rada		
	8 k	4 k	2 k
$\Delta = 1/4$	892,86	1785,71	3571,43
$\Delta = 1/8$	992,06	1984,12	3968,25
$\Delta = 1/16$	1050,42	2100,84	4201,68
$\Delta = 1/32$	1082,25	2164,50	4329,00

U slučaju OFDM signala, vršni faktor se izračunava na sledeći način. Vršna vrednost signala se dobija kada se saberu amplitude svih N COFDM nosilaca, pa je

$$U_{peak} = NU_0,$$

gde je U_0 maksimalna amplituda jednog nosioca.

Efektivna vrednost se računa kao

$$U_{RMS} = \sqrt{NU_{RMS,0}^2} = \sqrt{N\frac{U_0^2}{2}}.$$

Uvrštavanjem u izraz za vršni faktor, nakon sređivanja dobijamo

$$cf = 10 \log(2N).$$

Proračunate vrednosti za različite režime rada predajnika date su u tabeli. Primetimo da one predstavljaju teorijske maksimume koji se, zbog nesavršenosti modulatora, u praksi teško ostvaruju.

Režim rada	cf [dB]
2 k	35,3
4 k	38,3
8 k	41,3

Vršni faktor signala se u literaturi definiše i kao odnos vršne snage njegove anvelope i srednje snage,

$$cf' = 10 \log \frac{PEP}{\bar{P}}.$$

Nije teško pokazati da važi veza

$$cf = cf' + 3 \text{ dB}.$$

Zadatak 6.5 Odredite potrebnu ekvivalentnu izotropski izračenu snagu (*EIRP*) DVB-T predajnika pod sledećim scenarijima prijema:

- a) modulacioni postupak je 16-QAM, a antena je sobna, neusmerena (omnidirekciona),
- b) modulacioni postupak je 64-QAM, a antena je krovna, dobitka $g = 10$ dBi.

U oba slučaja, signal se emituje na frekvenciji $f = 800$ MHz. Kodni količnik iznosi $2/3$, a kanal je Riceov, širine $B = 8$ MHz. Faktor šuma prijemnika je $F = 7$ dB. Rastojanje predajne antene od prijemne je $d = 10$ km. Dodatno slabljenje propagacije je $a_p = 25$ dB, dok u slučaju a) treba uračunati i slabljenje u zidovima $a_i = 15$ dB.

a) Ekvivalentni nivo šuma sveden na ulaz prijemnika je

$$[N] = F + 10 \log \frac{k_B T_0}{1 \text{ W/Hz}} + 10 \log \frac{B}{1 \text{ Hz}},$$

gde je k_B Boltzmannova konstanta i T_0 standardna temperatura (290 K). Odavde dobijamo $[N] \approx -128$ dBW.

Prema tabeli iz Priloga G, potrebna vrednost odnosa $[S/N]$ na prijemu u ovom slučaju iznosi 11,6 dB. Potreban nivo signala na ulazu prijemnika je

$$[S] = \left[\frac{S}{N} \right] + [N] = -116,4 \text{ dBW}.$$

U DVB-T se pravi razlika između snage signala i ukupne snage nosilaca, jer ne nose svi nosioci korisnu informaciju. U zavisnosti od radnog režima, ukupan nivo nosilaca veći je od nivoa signala za 0,854 dB do 0,857 dB. Usvojićemo veću vrednost jer je nepovoljnija, pa će stoga potreban nivo nosioca na prijemu biti

$$[C] = [S] + 0,857 \text{ dB} \approx -115,5 \text{ dBW}.$$

Slabljenje usled propagacije u slobodnom prostoru je

$$a_{FS} = 92,4 \text{ dB} + 20 \log \frac{d}{1 \text{ km}} + 20 \log \frac{f}{1 \text{ GHz}} \approx 110,5 \text{ dB},$$

dok je ukupno slabljenje

$$a = a_{FS} + a_p + a_i = 150,5 \text{ dB}.$$

Odavde dobijamo potrebnu vrednost ekvivalentne izotropski izračene snage predajnika

$$[EIRP] = [C] + a = 35 \text{ dBW},$$

odnosno $EIRP \approx 3162 \text{ W}$.

b) Potrebna vrednost odnosa $[S/N]$ na prijemu sada je 17,1 dB. Pona-
vljanjem postupka iz prethodne tačke, uz uračunavanje i dobitka prijemne
antene, dobijamo $EIRP \approx 35,5 \text{ W}$.

Zadatak 6.6 Analizatorom spektra su izmerene spektralna gustina snage
nosioca DVB-C signala $[C'] = -100 \text{ dBm/Hz}$ i spektralna gustina snage
šuma u kablu $[N'] = -140 \text{ dBm/Hz}$. Protok simbola je $V_s = 6,9 \text{ Mbaud}$,
širina kanala $B = 8 \text{ MHz}$, a faktor kosinusnog zaobljenja $\xi = 0,15$. Odre-
dite odnos signal-šum.

Nivo nosioca se računa unutar Nyquistovog opsega:

$$[C] = [C'] + 10 \log \frac{V_s}{1 \text{ baud}} = -31,6 \text{ dBm},$$

a nivo šuma unutar propusnog opsega kanala:

$$[N] = [N'] + 10 \log \frac{B}{1 \text{ Hz}} = -71 \text{ dBm}.$$

Odavde je $[C/N] = 39,4 \text{ dB}$.

Odnos signal-šum je

$$\left[\frac{S}{N} \right] = \left[\frac{C}{N} \right] + 10 \log \left(1 - \frac{\xi}{4} \right)$$

i iznosi 39,2 dB.

Zadatak 6.7 Analizatorom spektra su izmerene spektralna gustina snage
nosioca DVB-S signala $[C'] = -100 \text{ dBm/Hz}$ i spektralna gustina snage
šuma $[N'] = -120 \text{ dBm/Hz}$. Protok simbola je $V_s = 27,5 \text{ Mbaud}$, širina
kanala $B = 33 \text{ MHz}$, a faktor kosinusnog zaobljenja $\xi = 0,35$. Primenjena
je QPSK, uz Reed-Solomonov kod (188, 204) i konvolucionni kod, kodnog
količnika 3/4. Odredite odnos $[E_b/p_N]$.

Kao i u prethodnom zadatku, i ovde se nivo nosioca računa unutar Nyquistovog opsega:

$$[C] = [C'] + 10 \log \frac{V_s}{1 \text{ baud}} = -25,6 \text{ dBm},$$

a nivo šuma unutar propusnog opsega kanala:

$$[N] = [N'] + 10 \log \frac{B}{1 \text{ Hz}} = -44,8 \text{ dBm}.$$

Odavde je $[C/N] = 19,2 \text{ dB}$.

Odnos signal-šum je

$$\left[\frac{S}{N} \right] = \left[\frac{C}{N} \right] + 10 \log \left(1 - \frac{\xi}{4} \right)$$

i iznosi 18,8 dB.

Odnos $[E_b/p_N]$ je

$$\left[\frac{E_b}{p_N} \right] = \left[\frac{C}{N} \right] + 10 \log \frac{188}{204} - 10 \log cr - 10 \log m,$$

gde je cr kodni količnik konvolucionog zaštitnog koda i m broj bita koji se predstavljaju jednim simbolom (za QPSK, $m = 2$). Odavde dobijamo $[E_b/p_N] = 16,7 \text{ dB}$.

Zadatak 6.8 „Yagi” antena, dobitka 28 dBd, povezana je s televizijskim prijemnikom koaksijalnim kablom RG 6, čiji su parametri:

- dužina 26 m,
- prečnik unutrašnjeg provodnika 1,02 mm,
- prečnik opleta 4,54 mm,
- provodnici su od bakra, specifične provodnosti 56 MS/m,
- dielektrik je od poroznog polietilena, relativne permitivnosti 1,43.

Temperatura šuma antene je 350 K, kabl je na fizičkoj temperaturi 300 K, a faktor šuma prijemnika je 25. Odredite efektivnu vrednost napona šuma na ulazu prijemnika unutar 62. UHF kanala.

Počnimo tako što ćemo odrediti parametre kabla. Karakteristična impedansa je

$$Z_c \approx \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a} \approx 75 \Omega,$$

dok je podužno slabljenje

$$\alpha \approx \sqrt{\mu_0 \pi f \rho_p} \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{4\pi Z_c} = 0,0192 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 0,1668 \frac{\text{dB}}{\text{m}},$$

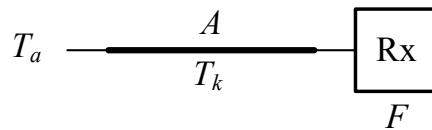
jer 62. UHF kanal zauzima opseg frekvencija 798 MHz – 806 MHz. Slabljenje kabla je

$$a = 4,337 \text{ dB},$$

odnosno

$$A = 10^{a/10} = 2,715.$$

Sa stanovišta šuma, sistem možemo ekvivalentirati kao što je to prikazano na slici.



Slika 6.8: *Ekvivalentna šema.*

Temperatura šuma na ulazu prijemnika data je izrazom

$$T_S = \frac{T_a}{A} + T_k \left(1 - \frac{1}{A} \right) + T_0(F - 1)$$

i iznosi 7278,4 K.

Raspoloživa snaga šuma na ulazu prijemnika, unutar opsega 62. UHF kanala je

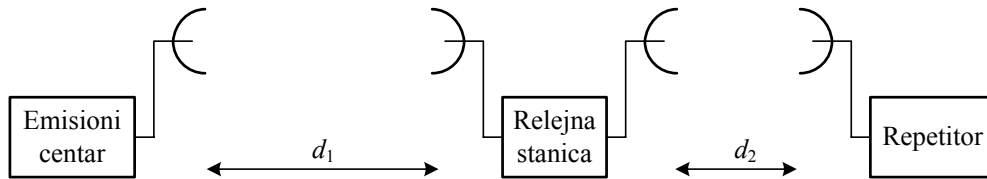
$$P_N = kT_S B_{ch} = 8,035 \cdot 10^{-13} \text{ W}.$$

Ulazna impedansa televizijskog prijemnika je $Z = 75 \Omega$, pa je konačno

$$U_N = \sqrt{P_N Z} = 7,763 \cdot 10^{-6} \text{ V}.$$

Zadatak 6.9 Televizijski signal se od emisionog centra do repetitora prenosi mikrotalasnim linkom, uz korišćenje relejne stanice. Dužine deonica su $d_1 = 75$ km i $d_2 = 37,5$ km. Primenjena je frekvencijska modulacija. Ako zbog loših atmosferskih uslova nastupi dodatno slabljenje od 10 dB na prvoj i 6 dB na drugoj deonici, odredite odnos signal-sopstveni šum na izlazu veze. Poznato je:

- snaga predajnika $P_T = 5$ W,
- frekvencija nosioca $f_0 = 4$ GHz,
- faktor šuma prijemnika $F = 25$,
- maksimalna devijacija frekvencije koja odgovara signalu slike „vrh-vrh” bez impulsa za sinhronizaciju $\Delta f_S = 8$ MHz,
- maksimalna frekvencija u spektru TV signala $f_m = 5$ MHz,
- dobiti predajne i prijemne antene su jednaki i iznose po 34 dBi.



Slika 6.9: Radiorelejna veza za prenos TV signala do repetitora.

Odnos signal-šum pri prenosu TV signala postupkom FM dat je izrazom

$$\frac{S}{N} = \frac{3P_R(\Delta f_S)^2}{FkT_0f_m^3},$$

gde je P_R snaga signala na prijemu.

Slabljenje prve deonice, usled prostiranja u slobodnom prostoru je

$$a_1 = 92,4 \text{ dB} + 20 \log \frac{d_1}{1 \text{ km}} + 20 \log \frac{f_0}{1 \text{ GHz}} = 142 \text{ dB},$$

a druge

$$a_2 = 92,4 \text{ dB} + 20 \log \frac{d_2}{1 \text{ km}} + 20 \log \frac{f_0}{1 \text{ GHz}} = 136 \text{ dB}.$$

Nivo signala na izlazu prve deonice je

$$p_{R1} = 10 \log \frac{P_T}{1 \text{ W}} + 2g - a_1 - a_{d1} = -77 \text{ dBW},$$

pri čemu su s g označeni dobici antena, a s a_{d1} dodatno atmosfersko slabljenje. Analogno, nivo signala na izlazu druge deonice je

$$p_{R2} = 10 \log \frac{P_T}{1 \text{ W}} + 2g - a_2 - a_{d2} = -67 \text{ dBW}.$$

Odnos signal-šum na izlazu prve deonice sada je

$$10 \log \left(\frac{S}{N} \right)_1 = p_{R1} + 10 \log \frac{3(\Delta f_S)^2}{FkT_0 f_m^3} = 55 \text{ dB},$$

dok je na izlazu druge deonice

$$10 \log \left(\frac{S}{N} \right)_2 = p_{R2} + 10 \log \frac{3(\Delta f_S)^2}{FkT_0 f_m^3} = 65 \text{ dB}.$$

Odnos signal-ukupan šum na izlazu je

$$\frac{S}{N} = \frac{1}{\left(\frac{S}{N} \right)_1^{-1} + \left(\frac{S}{N} \right)_2^{-1}},$$

pa je

$$10 \log \frac{S}{N} = 54,6 \text{ dB}.$$

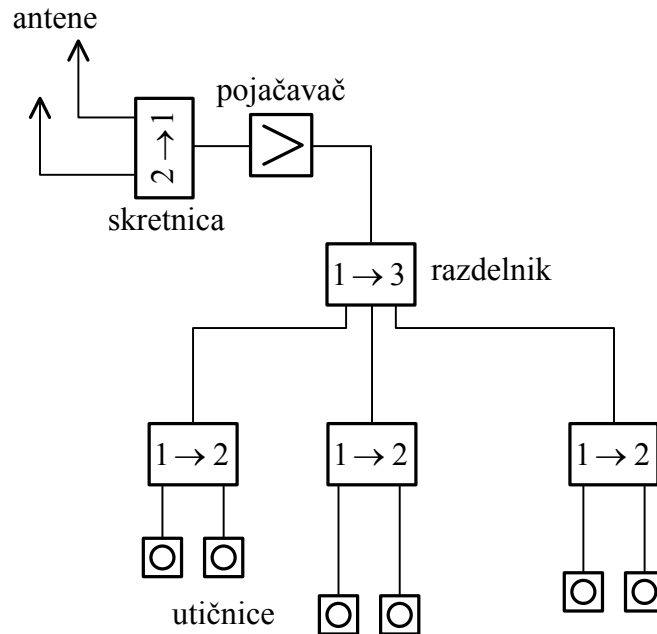
Zadatak 6.10 Na slici je data šema razvoda televizijske instalacije u jednoj kući. Pod pretpostavkom da su poznati nivo signala na ulazu pojačavača i karakteristike svih upotrebljenih uređaja, napišite izraz za nivo signala na jednoj od utičnica.

Neka je nivo signala na ulazu pojačavača p_{in} i neka je dobitak pojačavača g . Nivo signala na njegovom izlazu tada je

$$p_{out} = p_{in} + g.$$

Razdelnik $1 \rightarrow 3$ unosi unutrašnje slabljenje a_{i3} i, nakon toga, deli raspoloživu snagu signala na tri jednaka dela. Ukupno slabljenje koje on unosi u signal stoga je

$$a_3 = a_{i3} + 10 \log 3.$$



Slika 6.10: Šema instalacije.

Na isti način zaključujemo da je ukupno slabljenje koje unosi razdelnik $1 \rightarrow 2$

$$a_2 = a_{i2} + 10 \log 2,$$

gde je a_{i2} njegovo unutrašnje slabljenje.

Svaki segment kabla unosi slabljenje

$$a_{k,i} = \alpha_i l_i,$$

gde je α_i podužno slabljenje upotrebljenog kabla i l_i dužina posmatranog segmenta. U instalaciji se mogu koristiti različiti tipovi kablova (npr. deblji RG 11 za razvod po vertikalama i tanji RG 6 za razvod unutar stana), pa je ukupno slabljenje kabla

$$a_k = \sum_i a_{k,i}.$$

Na kraju i utičnice unose slabljenje, koje ćemo označiti s a_s .

Nivo signala na utičnici stoga će biti

$$p_s = p_{in} + g - a_{i3} - 10 \log 3 - a_{i2} - 10 \log 2 - \sum_i \alpha_i l_i - a_s.$$

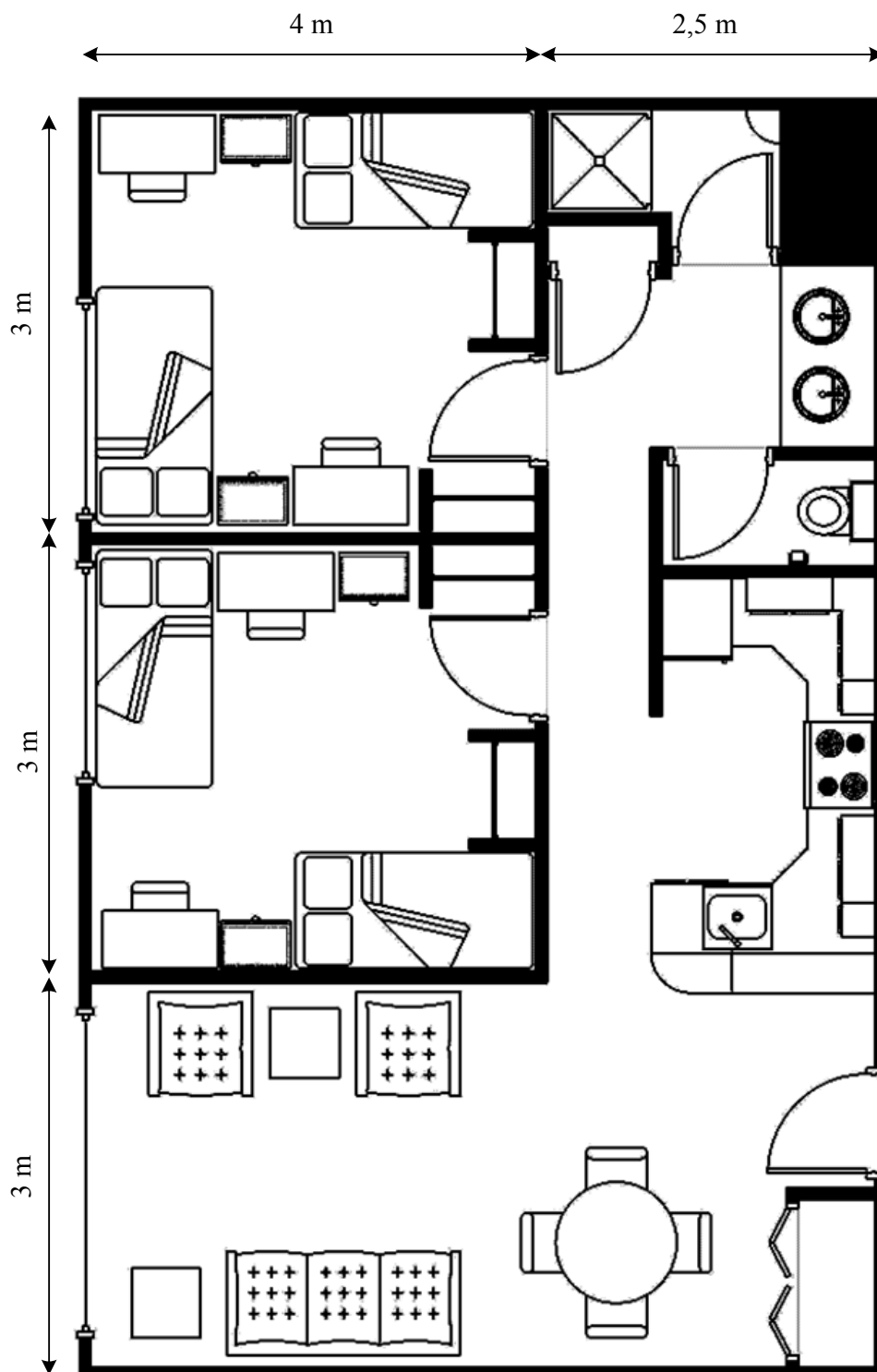
Prema standardu SRPS N.N6.172:1989, nivo signala na utičnici treba da se nalazi unutar opsega (60, 83) dB μ V. Odnos signal-šum treba biti veći od 43 dB, pri čemu se u inženjerskoj praksi predlaže da ta granica za potrebe HDTV iznosi 46 dB.

Zadatak 6.11 Za stan čiji je tlocrt dat na slici 6.11, predložite razvod instalacije kablovske televizije. Visina plafona je 2,5 m. Signal se uvodi koaksijalnim kablom RG 6, koji u stan ulazi pored ulaznih vrata. Na raspolaganju su koaksijalni kablovi RG 6 i RG 11 i pasivne komponente: konektori, utičnice, razdelnici, skretnice, sprežnjaci i sl. Predloženo rešenje treba da bude ekonomično i da obezbedi potreban nivo signala na svim utičnicama, s mogućnošću kasnijeg proširenja.

Podsetimo se zadatka 3.18 i kablovskog razvoda u poslovnoj zgradi. U slučaju stana, treba da budemo još pažljiviji prilikom određivanja trasa kablova i položaja utičnica.

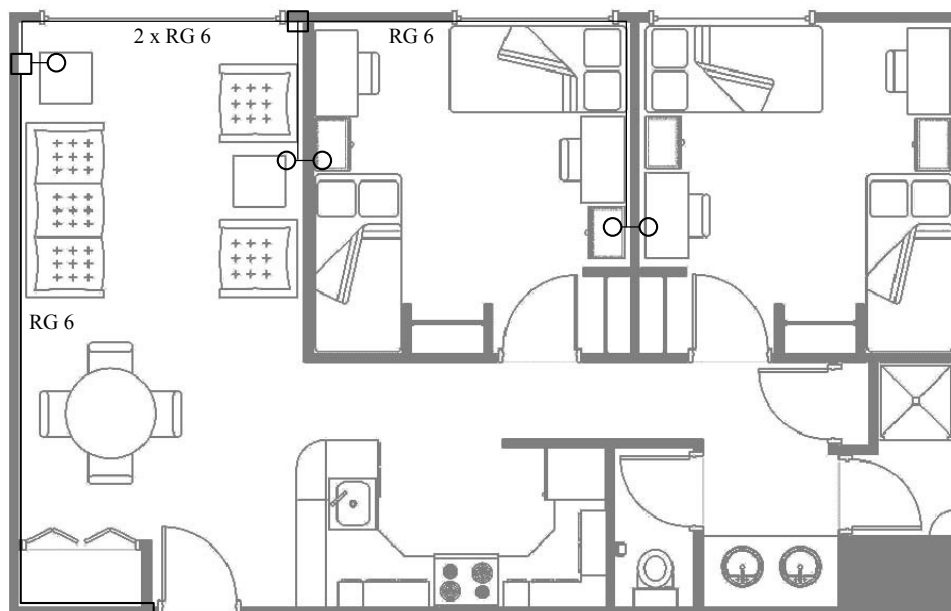
U stanu čiji je tlocrt dat, instalaciju *nećemo voditi*:

- po plafonu,
- po podu, ili ispod poda,
- oko plakara u predsoblju,
- kroz kuhinju i kupatilo.



Slika 6.11: Tlocrt stana.

Jedno rešenje razvoda prikazano je na slici (a). Kvadratićima su označene instalacione kutije, a kružićima utičnice.



(a) Predlog razvoda instalacije.

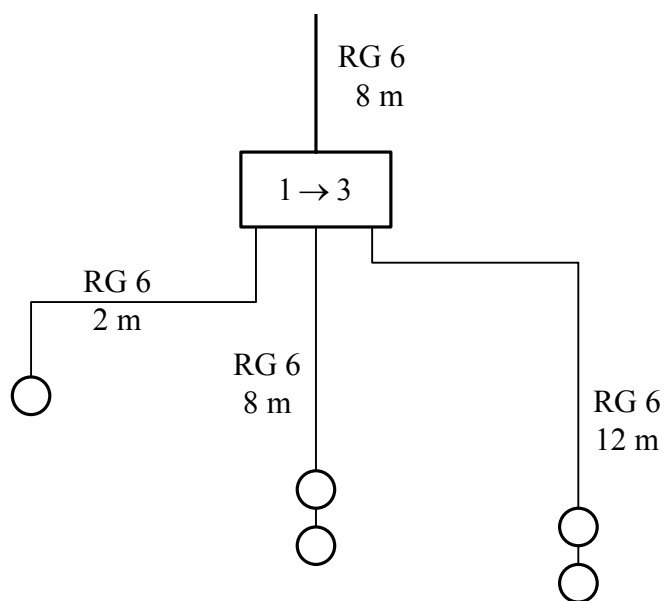
U prvu instalacionu kutiju se postavlja razdelnik $1 \rightarrow 3$, dok druga služi kao reviziona kutija, u kojoj se odgranava kabl. Odlučili smo se za kabl RG 6, koji u odnosu na kabl RG 11 ima nešto veće podužno slabljenje, ali je tanji i savitljiviji, pa se uobičajeno koristi za realizovanje horizontalnog razvoda (unutar stana). Radi uštede kabla i što manjih građevinskih radova, koriste se i prolazne utičnice, koje u sebi sadrže razdelnik $1 \rightarrow 2$ omogućavaju jednostavnu instalaciju još jedne utičnice u susednoj sobi, s druge strane zida.

Šema predloženog razvoda data je na slici (b). Pored svakog kabla, označena je i njegova dužina.

Odredimo, na kraju, maksimalni i minimalni nivo signala na utičnicama. Neka je nivo signala na ulazu razdelnika p_{in} , unutrašnje slabljenje razdelnika a_{sp} , slabljenje utičnice a_{ol} i podužno slabljenje kabla α . Maksimalni nivo signala će biti na utičnici u dnevnoj sobi i iznosiće

$$p_{max} = p_{in} - 4,8 \text{ dB} - a_{sp} - \alpha \cdot 2 \text{ m} - a_{ol}.$$

Minimalni nivo signala biće na najudaljenijoj utičnici, koja se nalazi u



(b) Šema instalacije.

drugoj sobi:

$$p_{min} = p_{in} - 4,8 \text{ dB} - a_{sp} - \alpha \cdot 12 \text{ m} - 3 \text{ dB} - a_{ol}.$$

Šta je potrebno uraditi ukoliko se ove vrednosti ne uklapaju u propisani opseg nivoa signala?

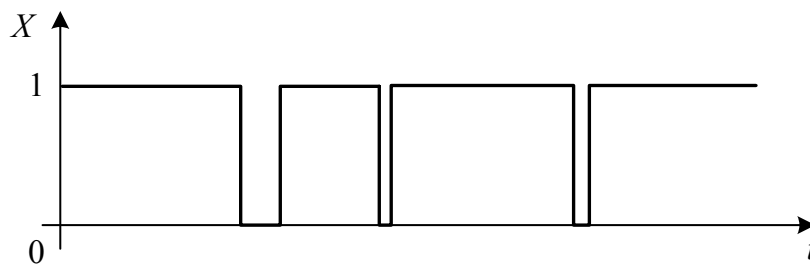
7. Eksploatacija telekomunikacionih sistema

Zadatak 7.1 Izvedite izraze za raspoloživost, neraspoloživost, srednje vreme između dvaju otkaza i srednje trajanje otkaza redne i paralelne veze blokova.

Definišimo slučajnu promenljivu X na sledeći način:

$$X = \begin{cases} 0, & \text{kada je uređaj u kvaru,} \\ 1, & \text{kada je uređaj ispravan} \end{cases} .$$

Tipični grafik vremenske zavisnosti vrednosti X prikazan je na sledećoj slici.



Slika 7.1: Otkazi telekomunikacionog uređaja.

Raspoloživost telekomunikacionog uređaja predstavlja stacionarnu verovatnoću ispravnog rada toga uređaja u trenutku posmatranja i odgovara matematičkom očekivanju slučajne promenljive X :

$$A = \frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_0},$$

gde je τ_0 srednje trajanje otkaza (MTTR, *Mean Time to Repair*), a τ_1 srednje vreme između dvaju otkaza (MTBF, *Mean Time Between Failures*). Očigledno, raspoloživost dobrih uređaja bliska je jedinici.

Definiše se i veličina koja se naziva neraspoloživošću, kao stacionarna verovatnoća *nefunkcionisanja* uređaja u trenutku posmatranja:

$$1 - A = \frac{\tau_0}{\tau_1 + \tau_0} \approx \frac{\tau_0}{\tau_1}.$$

U slučaju *redne veze* blokova, sistem funkcioniše ako i samo ako funkcioniše svaki od blokova. Raspoloživost sistema stoga je jednaka proizvodu raspoloživosti svih blokova,

$$A_s = \prod_i A_i.$$

Neraspoloživost sistema je

$$1 - A_s = 1 - \prod_i [1 - (1 - A_i)] \approx \sum_i (1 - A_i).$$

Uočimo blok i . Tokom vremena posmatranja T , on će se u proseku pokvariti T/τ_{1i} puta. Broj otkaza sistema stoga će biti

$$N_s = T \sum_i \frac{1}{\tau_{1i}}.$$

Srednje vreme između dvaju otkaza sistema tada je

$$\tau_{1s} = \left(\sum_i \frac{1}{\tau_{1i}} \right)^{-1},$$

dok je srednje trajanje otkaza

$$\tau_{0s} \approx (1 - A_s)\tau_{1s}.$$

Posmatrajmo sada *paralelnu vezu* funkcionalno ekvivalentnih blokova. Ovakav sistem je u kvaru ako i samo ako su otkazali svi njegovi blokovi. Njegova neraspoloživost stoga je data izrazom

$$1 - A_s = \prod_i (1 - A_i),$$

pa je

$$A_s = 1 - \prod_i (1 - A_i).$$

Srednje trajanje otkaza je

$$\tau_{0s} = \left(\sum_i \frac{1}{\tau_{0i}} \right)^{-1},$$

dok je srednje vreme između dvaju otkaza

$$\tau_{1s} \approx \frac{\tau_{0s}}{1 - A_s}.$$

Zadatak 7.2 Telekomunikacioni sistem se sastoji iz četiri uređaja, čije su karakteristike u pogledu pouzdanosti date u tabeli.

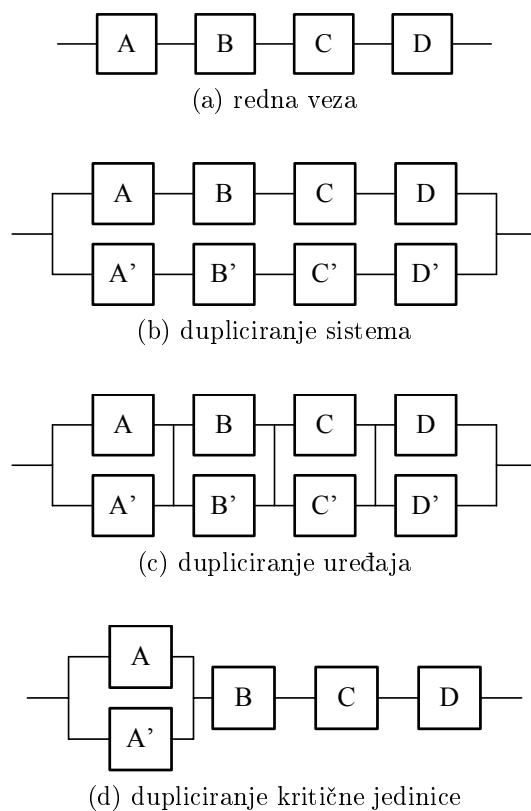
Uređaj	MTBF	MTTR	$1 - A$
A	5000 h	5 h	10^{-3}
B	500000 h	5 h	10^{-5}
C	10000 h	5 h	$5 \cdot 10^{-4}$
D	10000 h	5 h	$5 \cdot 10^{-4}$

Za sledeće konfiguracije izračunajte neraspoloživost sistema, srednje vreme između dvaju otkaza, srednje trajanje otkaza, kumulativno trajanje otkaza tokom 30 godina i srednje vreme između popravki blokova:

- redna veza bez redundanse,
- dupliciranje sistema,
- dupliciranje uređaja,
- dupliciranje kritične jedinice (parcijalno dupliciranje).

Tražene konfiguracije sistema prikazane su na slikama na narednoj strani. Primitimo da je kritična jedinica uređaj A, jer ima najveću neraspoloživost.

Neraspoloživost sistema, srednje vreme između dvaju otkaza (MTBF) i srednje trajanje otkaza (MTTR), lako ćemo izračunati korišćenjem izraza



Slika 7.2: Konfiguracije sistema.

koje smo izveli u prethodnom zadatku, za slučaj redne i paralelne veze blokova. Kumulativno trajanje otkaza sistema tokom 30 godina odredićemo po obrascu

$$T_0^{(30)} = (1 - A_s) \cdot 30 \text{ god.}$$

Ukupan broj kvarova blokova tokom vremena T je

$$N_{uk} = T \sum_i \frac{1}{\tau_{1i}},$$

pa je srednje vreme između popravki blokova

$$\tau_{1,uk} = \left(\sum_i \frac{1}{\tau_{1i}} \right)^{-1}.$$

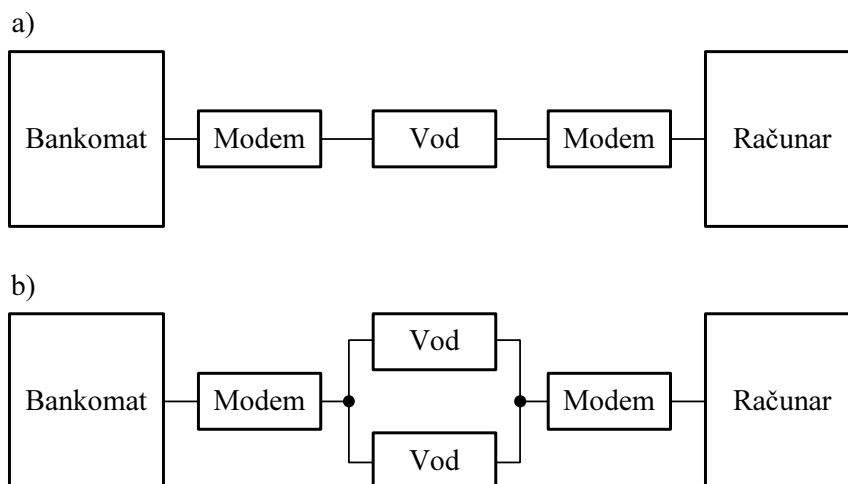
Sada možemo izračunati sve tražene parametre. Dobijeni rezultati su prikazani u tabeli.

Konfiguracija	a)	b)	c)	d)
$1 - A_s$	$2,01 \cdot 10^{-3}$	$4,04 \cdot 10^{-6}$	$1,5 \cdot 10^{-6}$	$1,01 \cdot 10^{-3}$
MTBF	103,7 dana	70 god.	190 god.	205,8 dana
MTTR	5 h	2,5 h	2,5 h	4,98 h
$T_0^{(30 \text{ god})}$	22 dana	1,1 h	24 min	11,1 dan
$\tau_{1, uk}$	103,7 dana	51,8 dana	51,8 dana	69,2 dana

Zadatak 7.3 Bankomat na udaljenoj lokaciji povezan je s centralnim računarom u banci posredstvom telefonskog voda i modema.

- Odredite raspoloživost ovoga sistema, ako je raspoloživost bankomata 99%, svakog modema 99,9%, voda 95% i računara 98,5%.
- Za koliko bi se povećala raspoloživost sistema, ako bi na raspolaganju bila dva telefonska voda, istih karakteristika?

Blok-šeme posmatranih konfiguracija prikazane su na slici.



Slika 7.3: Dve konfiguracije sistema.

a) U ovome se slučaju radi o rednoj vezi, čija je raspoloživost jednaka proizvodu raspoloživosti pojedinih blokova:

$$A = A_b A_m^2 A_v A_r = 92,45\%.$$

b) Raspoloživost dvaju paralelno vezanih vodova je

$$A_{vv} = 1 - (1 - A_v)^2 = 99,75\%.$$

Raspoloživost ovakvog sistema stoga iznosi 97,08%, što je za 4,63% veće u odnosu na prethodni slučaj.

Zadatak 7.4 Dva funkcionalno ekvivalentna telekomunikaciona sistema, čiji radni vek iznosi $n = 30$ godina, imaju sledeće ekonomske karakteristike:

- sistem 1 — inicijalni troškovi $C_{01} = 10000$ €, troškovi eksploatacije $e_1 = 200$ €/god,
- sistem 2 — inicijalni troškovi $C_{02} = 8000$ €, troškovi eksploatacije $e_2 = 400$ €/god.

Ako godišnja inflacija iznosi 4%, koji je sistem ekonomičniji?

Sisteme ćemo uporediti na dva načina, računanjem efektivnih godišnjih troškova (amortizacioni metod) i ukupnih efektivnih investicija. Primenjeni matematički aparat poznat je pod nazivom *kamatni račun*.

Neka je i godišnja stopa inflacije. Na kraju svake godine, od knjigovodstvene vrednosti sistema se oduzima iznos amortizacije, a . Označimo s $c(k)$ knjigovodstvenu vrednost posle k godina korišćenja sistema. Tada će biti

$$\begin{aligned} c(0) &= C_0, \\ c(1) &= c(0)(1+i) - a = C_0(1+i) - a, \\ c(2) &= c(1)(1+i) - a = C_0(1+i)^2 - a(1+i) - a, \\ &\vdots \\ c(k) &= C_0(1+i)^k - a \sum_{j=0}^{k-1} (1+i)^j = C_0(1+i)^k - a \frac{(1+i)^k - 1}{(1+i) - 1}. \end{aligned}$$

Posle isteka radnog veka od n godina, sistem će se u potpunosti amortizovati, pa će njegova knjigovodstvena vrednost postati jednaka nuli:

$$c(n) = C_0(1+i)^n - a \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 0.$$

Odavde dobijamo godišnji iznos amortizacije

$$a = C_0 \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}.$$

Efektivni godišnji troškovi sada su jednaki zbiru amortizacije i troškova eksploatacije:

$$E_{ef} = a + e.$$

Na drugi način, bilans pravimo na početku eksploatacionog perioda. Ukupne efektivne investicije jednake su zbiru inicijalnih troškova i revalorizovanog kapitala koji će trebati ulagati tokom perioda od n godina da bi se pokrili troškovi eksploatacije sistema:

$$C_{ef} = C_0 + E_0.$$

Iznos E_0 se, u vidu troškova eksploatacije e , ravnomerno otplaćuje tokom n godina, uz inflaciju i . Po analogiji s izrazom za amortizaciju, sada možemo pisati

$$e = E_0 \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1},$$

odakle je

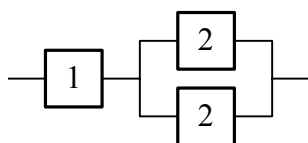
$$E_0 = e \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}.$$

Rezultati ekonomske analize sistema iz zadatka dati su u tabeli. Vidimo da oba metoda daju isti rezultat – prvi sistem je ekonomičniji.

Parametar	Sistem 1	Sistem 2
a	578,3 €	462,6 €
e	200 €	400 €
E_{ef}	778,3 €	862,6 €
C_0	10000 €	8000 €
E_0	3458,4 €	6916,8 €
C_{ef}	13485,8 €	14916,8 €

Preporučuje se čitaocima/čitateljicama da nacrtaju grafike vremenske zavisnosti efektivnih godišnjih troškova i ukupnih efektivnih investicija za posmatrane sisteme.

Zadatak 7.5 Na slici je data blok-šema jednog telekomunikacionog sistema, dok su eksploatacioni parametri njegovih blokova dati su u tabeli.



Slika 7.5: Blok-šema telekomunikacionog sistema.

Blok	MTBF	$1 - A$	Cena	Troškovi eksploatacije
1	10000 h	10^{-5}	5000 \$	300 \$/god.
2	7000 h	10^{-4}	3000 \$	200 \$/god.

Odredite očekivanu efektivnu investiciju u sistem do trenutka kada bude došlo do njegovog prvog ispada. Godišnja inflacija iznosi 8%.

Neraspoloživost bloka 2 je

$$(1 - A_2) \approx \frac{\tau_{0,2}}{\tau_{1,2}},$$

pa je

$$\tau_{0,2} = 0,7 \text{ h.}$$

Srednje trajanje otkaza za paralelnu vezu blokova 2 i 2 stoga je

$$\tau_{0,22} = \frac{\tau_{0,2}}{2} = 0,35 \text{ h.}$$

Neraspoloživost paralelne veze blokova 2 i 2 je

$$(1 - A_{22}) = [(1 - A_2)]^2 = 10^{-8},$$

pa je

$$\tau_{1,22} = \frac{\tau_{0,22}}{(1 - A_{22})} = 3,5 \cdot 10^7 \text{ h.}$$

Broj otkaza posmatranog sistema tokom vremena T je

$$N = T \left(\frac{1}{\tau_{1,1}} + \frac{1}{\tau_{1,22}} \right).$$

Prvi otkaz će se desiti posle

$$T(1) = \frac{1}{\frac{1}{\tau_{1,1}} + \frac{1}{\tau_{1,22}}},$$

što iznosi 1,14 godina.

Ukupna cena posmatranog sistema je

$$C_0 = C_{0,1} + 2C_{0,2} = 11000 \$,$$

a godišnji troškovi eksploatacije su

$$e = e_1 + 2e_2 = 700 \$.$$

Ukupne investicije do prvog ispada izračunaćemo po obrascu

$$C_{ef} = C_0 + e \frac{(1+i)^{T(1)} - 1}{i(1+i)^{T(1)}}.$$

Izračunavanjem dobijamo da one iznose oko 11735 \$.

Zadatak 7.6 Izlazni stepen televizijskog predajnika sastoji se iz n paralelno vezanih pojačavača snage koji rade u režimu deljenja opterećenja. Ako je u datom trenutku ispravno k pojačavača, $1 \leq k \leq n$, neraspoloživost svakog od njih je $(1-A)/k$. Izlazni stepen radi ako je ispravno barem m , $m \leq n$ pojačavača.

- Izvedite izraz za verovatnoću otkaza izlaznog stepena. Pretpostavite da se pokvareni pojačavači ne popravljaju, već da ispadaju iz sistema.
- Koliko iznosi verovatnoća otkaza ako je $n = 10$, $1-A = 10^{-6}$ i $m = 7$?
- Ako je $m = 3$ i $1-A = 10^{-4}$, odredite potreban broj pojačavača u izlaznom stepenu tako da njegova raspoloživost ne bude manja od 99,9999 %.

a) Pošto je neraspoloživost mala veličina, pretpostavićemo da je verovatnoća istovremenog otkaza dvaju ili više pojačavača zanemariva, te da, stoga, pojačavači otkazuju jedan po jedan.

U trenutku otkaza prvog pojačavača, neraspoloživost je $(1-A)/n$. Kada bude otkazao drugi pojačavač, ona će iznositi $(1-A)/(n-1)$, itd. Izlazni stepen će definitivno otkazati kada, pri m ispravnih pojačavača, jedan bude otkazao. Neposredno pre ovoga događaja, neraspoloživost pojačavača će biti $(1-A)/m$.

Verovatnoća otkaza izlaznog stepena je

$$\begin{aligned}
 P_0 = 1 - A_{is} &= \binom{n}{1} \frac{1-A}{n} \left(1 - \frac{1-A}{n}\right)^{n-1} \cdot \\
 &\cdot \binom{n-1}{1} \frac{1-A}{n-1} \left(1 - \frac{1-A}{n-1}\right)^{n-2} \cdot \dots \\
 &\dots \cdot \binom{m}{1} \frac{1-A}{m} \left(1 - \frac{1-A}{m}\right)^{m-1} = \\
 &= \prod_{k=m}^n (1-A) \left(1 - \frac{1-A}{k}\right)^{k-1}.
 \end{aligned}$$

b) Učinimo li aproksimaciju

$$P_0 \approx \prod_{k=m}^n (1-A) = (1-A)^{n-m+1},$$

dobićemo

$$P_0 \approx 10^{-24}.$$

c) U ovom slučaju, potrebno je da bude ispunjen uslov $P_0 \leq 10^{-6}$. Ponovo ćemo učiniti aproksimaciju

$$P_0 \approx \prod_{k=m}^n (1-A) = (1-A)^{n-m+1},$$

pa će biti

$$(10^{-4})^{n-2} \leq 10^{-6}.$$

Odavde jednostavno dobijamo da je

$$n_{min} = 4.$$

Prilozi

A. Karakteristike koaksijalnih kablova

CATV NFK 1.7/6.9

Opis: Primarni kabl za kablovsku televiziju – koristi se za vezu između glavne ili lokalne stanice i tačke distribucije.

Konstrukcija:

- unutrašnji provodnik – meko žarena bakarna žica prečnika 1,7 mm,
- izolacija – polietilen/vazduh,
- spoljašnji provodnik – bakarna traka, čiji je prečnik preko izolacije 6,9 mm,
- omotač – polietilen, debljine 1,5 mm.

Podužno slabljenje:

f [MHz]	α [dB/100 m]
100	3,8
200	5,5
300	6,5
500	8,8
700	10,5
800	11,5

Električne karakteristike:

- karakteristična impedansa – $(75 \pm 2,5) \Omega$,
- podužna kapacitivnost – 50 pF/m ,
- podužna otpornost unutrašnjeg provodnika – $8 \Omega/\text{km}$,
- podužna otpornost spoljašnjeg provodnika – $7 \Omega/\text{km}$.

Masa kabla: 105 kg/km .

Pakovanje: kotur sa 300 m kabla.

CATV NFK 1.1/7.3

Opis: Sekundarni kabl za kablovsku televiziju – koristi se za vezu od tačke distribucije do odvojnika.

Konstrukcija:

- unutrašnji provodnik – meko žarena bakarna žica prečnika $1,1 \text{ mm}$,
- izolacija – puni polietilen,
- spoljašnji provodnik – bakarna traka, čiji je prečnik preko izolacije $7,3 \text{ mm}$,
- omotač – polietilen, debljine $1,5 \text{ mm}$.

Podužno slabljenje:

f [MHz]	α [dB/100 m]
100	6
200	9
300	11
500	14
700	18
800	20

Električne karakteristike:

- karakteristična impedansa – $(75 \pm 3) \Omega$,
- podužna kapacitivnost – 67 pF/m ,
- podužna otpornost unutrašnjeg provodnika – $18,5 \Omega/\text{km}$,
- podužna otpornost spoljašnjeg provodnika – $7 \Omega/\text{km}$.

Masa kabla: 135 kg/km .

Pakovanje: kotur sa 300 m kabla.

B. Karakteristike UTP kablova

Standard TIA 568-B.2-1 Cat. 6

f [MHz]	α [dB/100 m]	NEXT [dB]
1	2	74,3
4	3,8	65,3
8	5,3	60,8
10	6	59,3
16	7,6	56,2
20	8,5	54,8
25	9,5	53,3
31,25	10,7	51,9
62,5	15,4	47,4
100	19,8	44,3
200	29	39,8
250	32,8	38,3

Karakteristična impedansa: 100Ω

C. Vrednosti komplementarne funkcije greške

x	$\operatorname{erfc}(x)$
2	0,00468
2,1	0,00298
2,2	0,00186
2,3	0,00114
2,4	$6,88514 \cdot 10^{-4}$
2,5	$4,06952 \cdot 10^{-4}$
2,6	$2,36034 \cdot 10^{-4}$
2,7	$1,34333 \cdot 10^{-4}$
2,8	$7,50132 \cdot 10^{-5}$
2,9	$4,10979 \cdot 10^{-5}$
3	$2,20905 \cdot 10^{-5}$
3,1	$1,16487 \cdot 10^{-5}$
3,2	$6,02576 \cdot 10^{-6}$
3,3	$3,05771 \cdot 10^{-6}$
3,4	$1,52199 \cdot 10^{-6}$
3,5	$7,43098 \cdot 10^{-7}$
3,6	$3,55863 \cdot 10^{-7}$
3,7	$1,67151 \cdot 10^{-7}$
3,8	$7,70039 \cdot 10^{-8}$
3,9	$3,47922 \cdot 10^{-8}$
4	$1,54173 \cdot 10^{-8}$
4,1	$6,70003 \cdot 10^{-9}$
4,2	$2,85549 \cdot 10^{-9}$
4,3	$1,19347 \cdot 10^{-9}$
4,4	$4,89171 \cdot 10^{-10}$
4,5	$1,96616 \cdot 10^{-10}$
4,6	$7,7496 \cdot 10^{-11}$
4,7	$2,99526 \cdot 10^{-11}$
4,8	$1,13521 \cdot 10^{-11}$
4,9	$4,21896 \cdot 10^{-12}$

D. Raspored kanala za DAB

Kanal	f [MHz]
5A	174,928
5B	176,640
5C	178,352
5D	180,064
6A	181,936
6B	183,648
6C	185,360
6D	187,072
7A	188,928
7B	190,640
7C	192,352
7D	194,064
8A	195,936
8B	197,648
8C	199,360
8D	201,072
9A	202,928
9B	204,640
9C	206,352
9D	208,064

Kanal	f [MHz]
10A	209,936
10N	210,096
10B	211,648
10C	213,360
10D	215,072
11A	216,928
11N	217,088
11B	218,640
11C	220,352
11D	222,064
12A	223,936
12N	224,096
12B	225,648
12C	227,360
12D	229,072
13A	230,784
13B	232,496
13C	234,208
13D	235,776
13E	237,488
13F	239,200

Kanal	f [MHz]
LA	1452,960
LB	1454,672
LC	1456,384
LD	1458,096
LF	1461,520
LG	1463,232
LH	1464,944
LI	1466,656
LJ	1468,368
LK	1470,080
LL	1471,792
LM	1473,504
LN	1475,216
LO	1476,928
LP	1478,640
LQ	1480,352
LR	1482,064
LS	1483,776
LT	1485,488
LU	1487,200
LV	1488,912
LW	1490,624

E. Parametri T-DAB sistema (režim I)

UEP		1	2	3	4	5
Kodni količnik		0,34	0,43	0,5	0,6	0,75
Binarni protok [Mb/s]		0,78	0,99	1,15	1,38	1,73
Gaussov kanal	$[C/N]_{min}$ [dB]	4,6	5,4	6,1	7,1	8,9
	rezerva [dB]	1,3				
Rayleighjev kanal	$[C/N]_{min}$ [dB]	7,2	7,7	8,4	10,0	13,7
	rezerva [dB]	4,6				

F. Raspored televizijskih kanala

Kanal	Opseg [MHz]	Nosilac slike [MHz]	Nosilac zvuka [MHz]	Podnosilac boje [MHz]
2	47 – 54	48,25	53,75	52,68
3	54 – 61	55,25	60,75	59,68
4	61 – 68	62,25	67,75	66,68
5	174 – 181	175,25	180,75	179,68
6	181 – 188	182,25	187,75	186,68
7	188 – 195	189,25	194,75	193,68
8	195 – 202	196,25	201,75	200,68
9	202 – 209	203,25	208,75	207,68
10	209 – 216	210,25	215,75	214,68
11	216 – 223	217,25	222,75	221,68
12	223 – 230	224,25	229,75	228,68
21	470 – 478	471,25	476,75	475,68
22	478 – 486	479,25	484,75	483,68
23	486 – 494	487,25	492,75	491,68
24	494 – 502	495,25	500,75	499,68
25	502 – 510	503,25	508,75	507,68
26	510 – 518	511,25	516,75	515,68
27	518 – 526	519,25	524,75	523,68
28	526 – 534	527,25	532,75	531,68
29	534 – 542	535,25	540,75	539,68
30	542 – 550	543,25	548,75	547,68
31	550 – 558	551,25	556,75	555,68
32	558 – 566	559,25	564,75	563,68
33	566 – 574	567,25	572,75	571,68
34	574 – 582	575,25	580,75	579,68
35	582 – 590	583,25	588,75	587,68
36	590 – 598	591,25	596,75	595,68
37	598 – 606	599,25	604,75	603,68

Kanal	Opseg [MHz]	Nosilac slike [MHz]	Nosilac zvuka [MHz]	Podnosilac boje [MHz]
38	606 – 614	607,25	612,75	611,68
39	614 – 622	615,25	620,75	619,68
40	622 – 630	623,25	628,75	627,68
41	630 – 638	631,25	636,75	635,68
42	638 – 646	639,25	644,75	643,68
43	646 – 654	647,25	652,75	651,68
44	654 – 662	655,25	660,75	659,68
45	662 – 670	663,25	668,75	667,68
46	670 – 678	671,25	676,75	675,68
47	678 – 686	679,25	684,75	683,68
48	686 – 694	687,25	692,75	691,68
49	694 – 702	695,25	700,75	699,68
50	702 – 710	703,25	708,75	707,68
51	710 – 718	711,25	716,75	715,68
52	718 – 726	719,25	724,75	723,68
53	726 – 734	727,25	732,75	731,68
54	734 – 742	735,25	740,75	739,68
55	742 – 750	743,25	748,75	747,68
56	750 – 758	751,25	756,75	755,68
57	758 – 766	759,25	764,75	763,68
58	766 – 774	767,25	772,75	771,68
59	774 – 782	775,25	780,75	779,68
60	782 – 790	783,25	788,75	787,68
61	790 – 798	791,25	796,75	795,68
62	798 – 806	799,25	804,75	803,68
63	806 – 814	807,25	812,75	811,68
64	814 – 822	815,25	820,75	819,68
65	822 – 830	823,25	828,75	827,68
66	830 – 838	831,25	836,75	835,68
67	838 – 846	839,25	844,75	843,68
68	846 – 854	847,25	852,75	851,68
69	854 – 862	855,25	860,75	859,68

G. Potrebne vrednosti odnosa $[S/N]$ (u dB) pri prijemu DVB-T signala

Modulacija	Kodni količnik	Tip kanala		
		Gaussov	Riceov	Rayleighjev
QPSK	1/2	3,1	3,6	5,4
	2/3	4,9	5,7	8,4
	3/4	5,9	6,8	10,7
	5/6	6,9	8,0	13,1
	7/8	7,7	8,7	16,3
16-QAM	1/2	8,8	9,6	11,2
	2/3	11,1	11,6	14,2
	3/4	12,5	13,0	16,7
	5/6	13,5	14,4	19,3
	7/8	13,9	15,0	22,8
64-QAM	1/2	14,4	14,7	16,0
	2/3	16,5	17,1	19,3
	3/4	18,0	18,6	21,7
	5/6	20,0	20,0	25,3
	7/8	21,0	21,0	27,9

Literatura

J. Arnold, M. Frater and M. Pickering: *Digital Television*, John Wiley & Sons, Inc., 2007.

M. Bjelica, P. Matavulj, D. Gvozdić: *Zbirka zadataka iz optičkih telekomunikacija*, Akademska misao, Beograd, 2005.

R. Beutler: *Digital Terrestrial Broadcasting Networks*, Springer, 2009.

I. N. Bronštejn, K. A. Semendjajev, G. Musiol, H. Milig: *Matematički priručnik*, SOHO Graph, Beograd, 2004.

R. Brugger, D. Hemingway: “OFDM receivers — impact on coverage of inter-symbol interference and FFT window positioning”, *EBU Technical Review*, July 2003.

F. R. Connor: *Noise*, Edward Arnold, London, 1976.

W. Fischer: *Digital Video and Audio Broadcasting Technology: A Practical Engineering Guide*, Springer, 2010.

P. G. Fontolliet: *Systèmes de Télécommunications*, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1983.

H. Kriebel: *Satelitski radio i TV prijem*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1991.

V. Jovanović: *Telekomunikacioni sistemi*, Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu, 1979.

A. Marinčić: *Optoelektronske telekomunikacije*, Univerzitet u Beogradu, 1998.

D. Marković: *DVB-T: terestrička digitalna televizija*, Akademska misao, Beograd, 2008.

I. S. Stojanović, Z. D. Josimović: *Zbornik problema iz tehnike veza*, Naučna knjiga, Beograd, 1962.

Z. D. Stojanović, H. O. Beća, M. L. Dukić, Z. R. Petrović: *Osnovi telekomunikacija: zbornik rešenih problema*, Građevinska knjiga, Beograd, 1982.

C. Valenti: “NEXT and FEXT models for twisted-pair North American loop plant”, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 20, No. 5, pp. 893–900, June 2002.

H. A. Wheeler: “The interpretation of amplitude and phase distortion in terms of paired echoes”, *Proc. IRE*, vol. 27, pp. 359–384, 1939.

B. Zovko-Cihlar: *Šum u radiokomunikacijama*, Školska knjiga, Zagreb, 1987.

Kablovska televizija, RTS, Beograd, 1996.

Katalozi telekomunikacionih kablova Kabelovne Dččin Podmokly (2010) i Novosadske fabrike kabela dd Novi Sad (1992. i 1997).

Standardi, preporuke i propisi organizacija EBU-UER, ETSI, ITU-R, ITU-T, OFcom, ZJPTT.